

Árboles binomiales

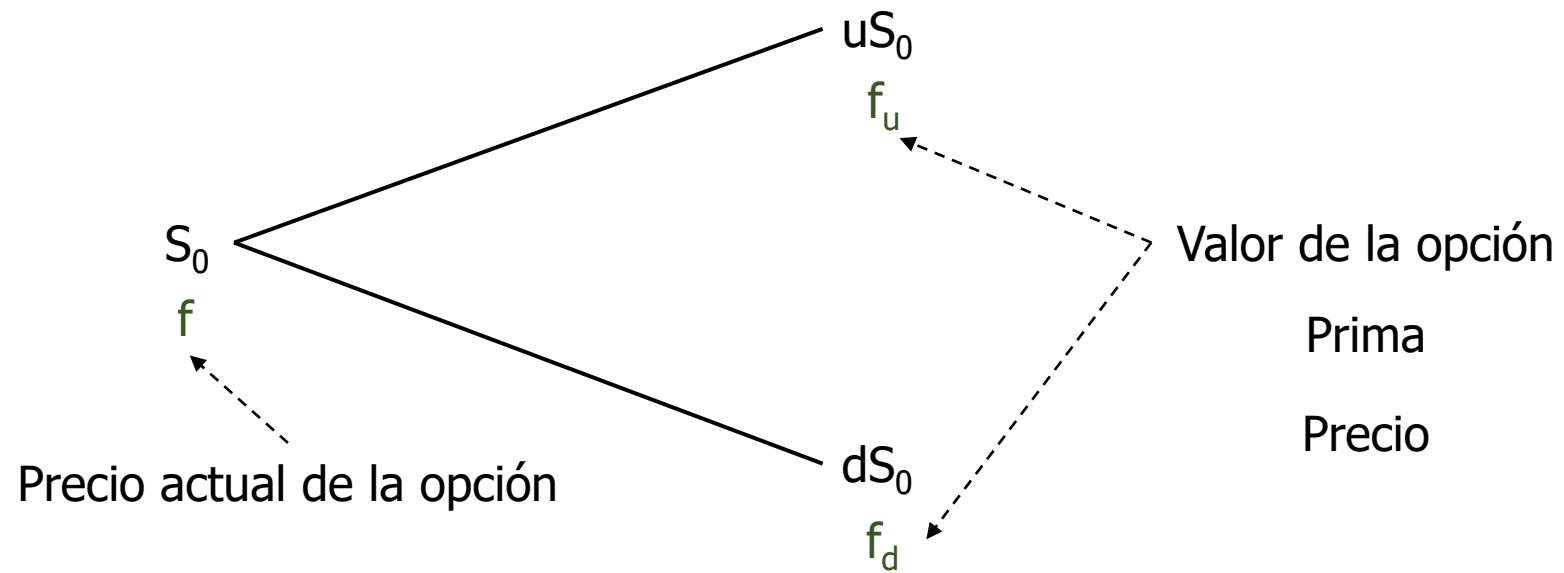
Profesor: Miguel Jiménez

Árboles binomiales

Técnica para valorar opciones

Los árboles binomiales son un diagrama que representa diversas trayectorias que podría seguir el precio de la acción durante la vida de la opción.

Árbol binomial de un paso



Árboles binomiales

Mundo Neutral al Riesgo

En un mundo neutral al riesgo todos los individuos son indiferentes al riesgo. En un mundo como este, los inversionistas no requieren ninguna compensación por el riesgo y el rendimiento esperado sobre todos los títulos es la tasa libre de riesgo.

Método binomial de un paso

Coefficiente de ascenso:

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}$$

Probabilidad de ascenso:

$$p = \frac{e^{r\Delta t} - d}{u - d}$$

Coefficiente de descenso:

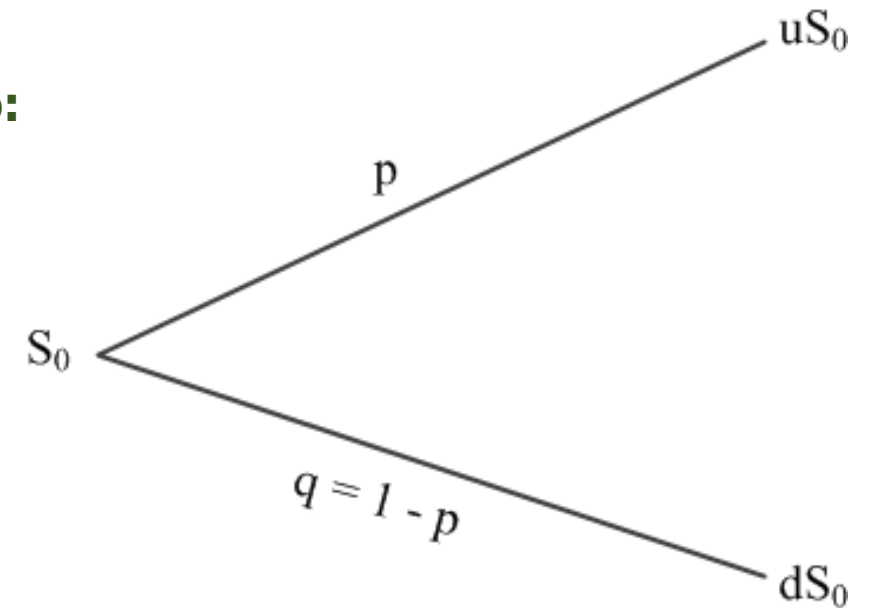
$$d = \frac{1}{u}$$

Probabilidad de descenso:

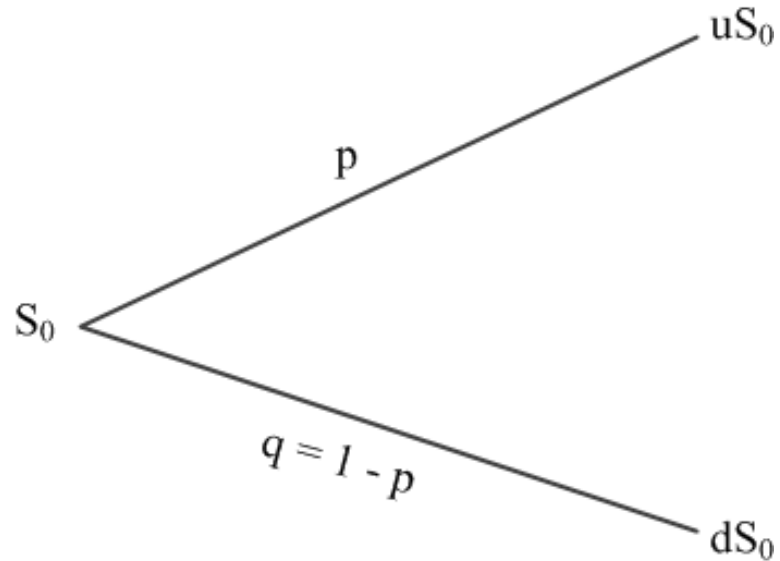
$$q = 1 - p$$

Δt es la duración de un intervalo en el árbol

r: Tasa libre de riesgo.



Método binomial de un paso



S_0 : Precio actual de la acción.

u : Coeficiente de ascenso.

d : Coeficiente de descenso.

p : Probabilidad de ascenso.

q : Probabilidad de descenso.

Método binomial de un paso

Ejemplo:

S_0 : \$200.

r : 5% c. anual.

Δt : 3 meses.

Volatilidad de la acción: σ : 30% c. anual.

$u = ?$

$d = ?$

$p = ?$

$q = ?$

¿Valor arriba de la acción?

¿Valor abajo de la acción?

Método binomial de un paso

Ejemplo:

S_0 : \$200.

r : 5% c. anual.

Δt : 3 meses.

σ : 30% c. anual.

$$\Delta t = \frac{3 \text{ meses}}{12 \text{ meses}} = 0,25 \text{ años}$$

$$u = e^{0,30\sqrt{0,25}} = 1,162$$

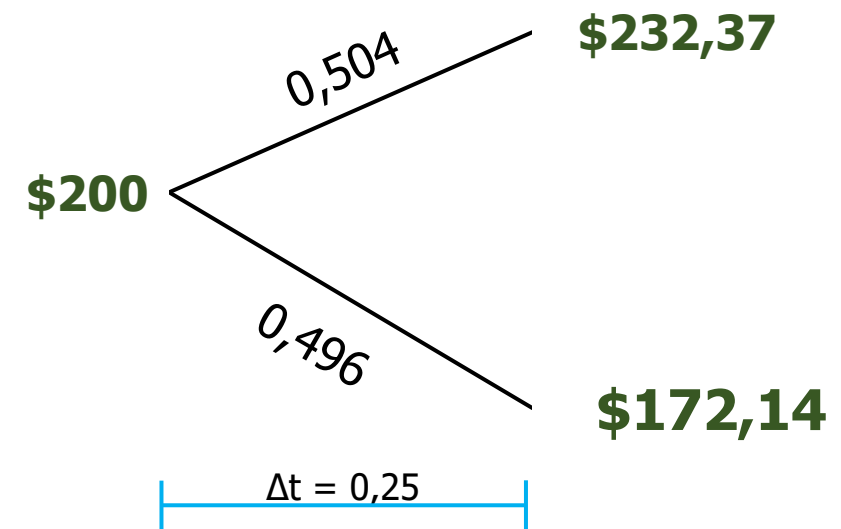
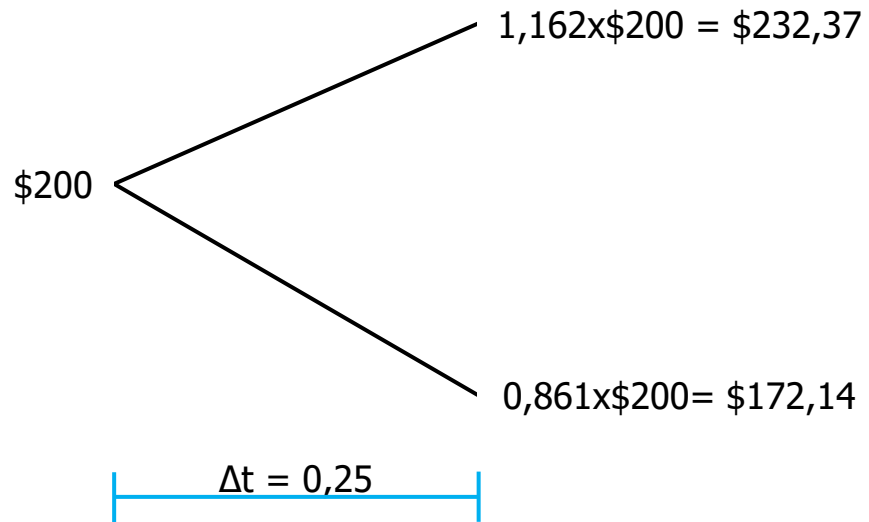
$$d = \frac{1}{1,162} = 0,861$$

$$p = \frac{e^{0,05 \times 0,25} - 0,861}{1,162 - 0,861} = 0,504$$

$$q = 1 - 0,504 = 0,496$$

Método binomial de un paso

Ejemplo:



Método binomial de un paso

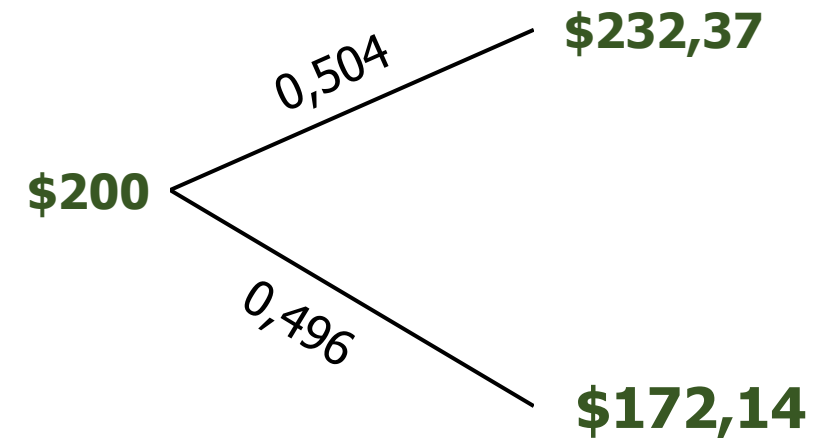
Ejemplo:

Largo en opción de compra (Largo en Call)

europaea:

$K = \$220.$

¿Dónde se ejerce la opción?

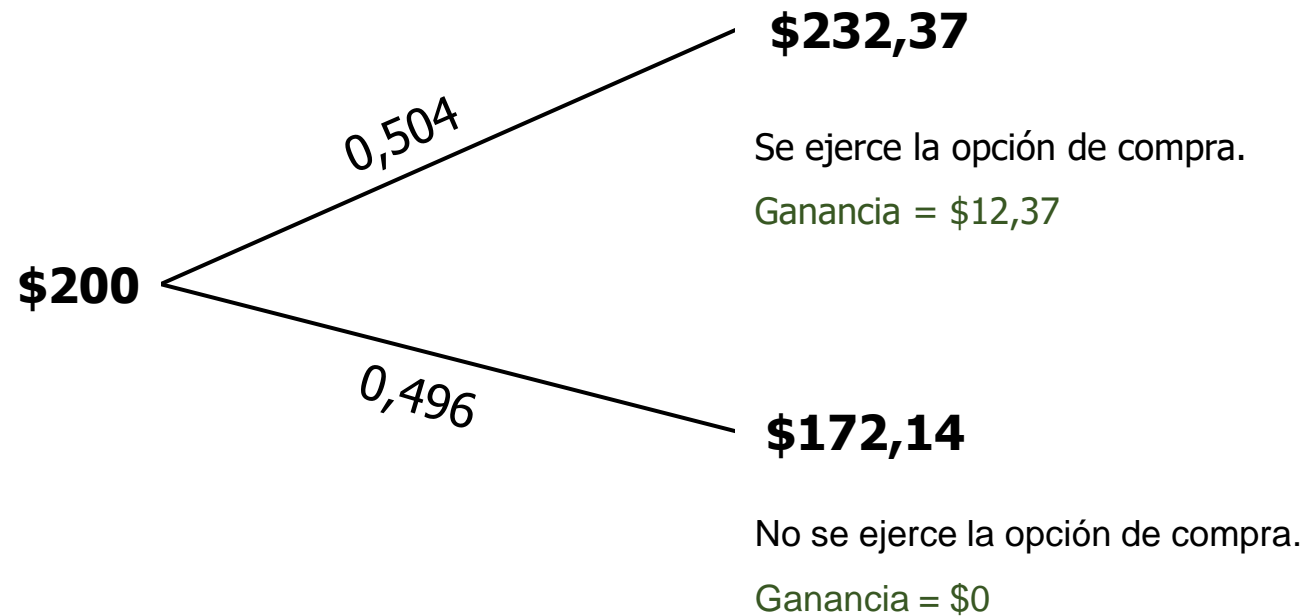


Método binomial de un paso

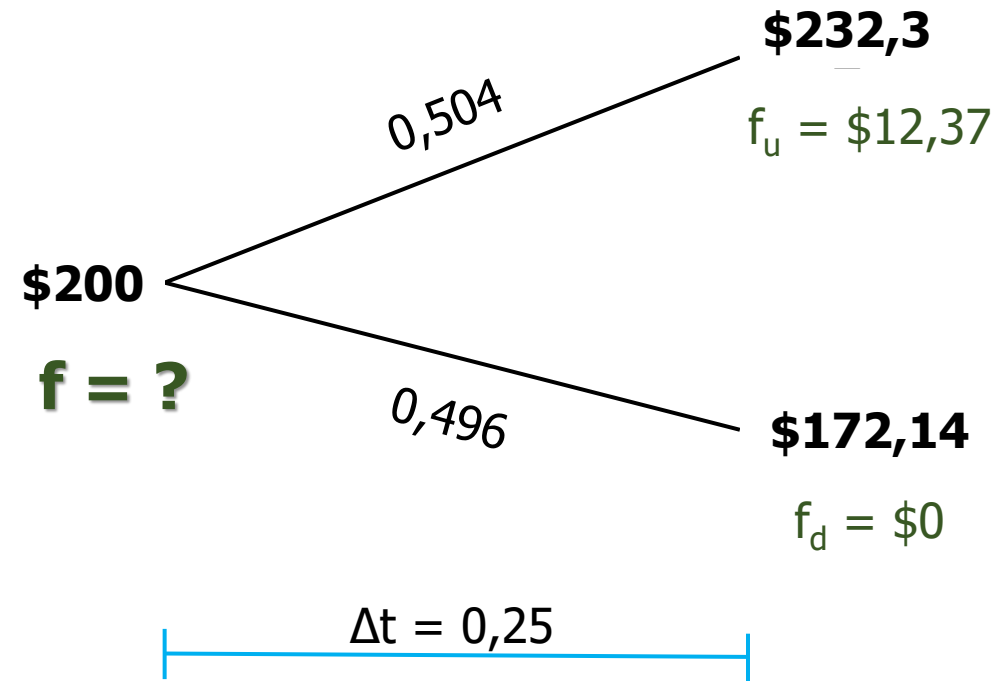
Ejemplo:

Largo en Call:

$K = \$220.$

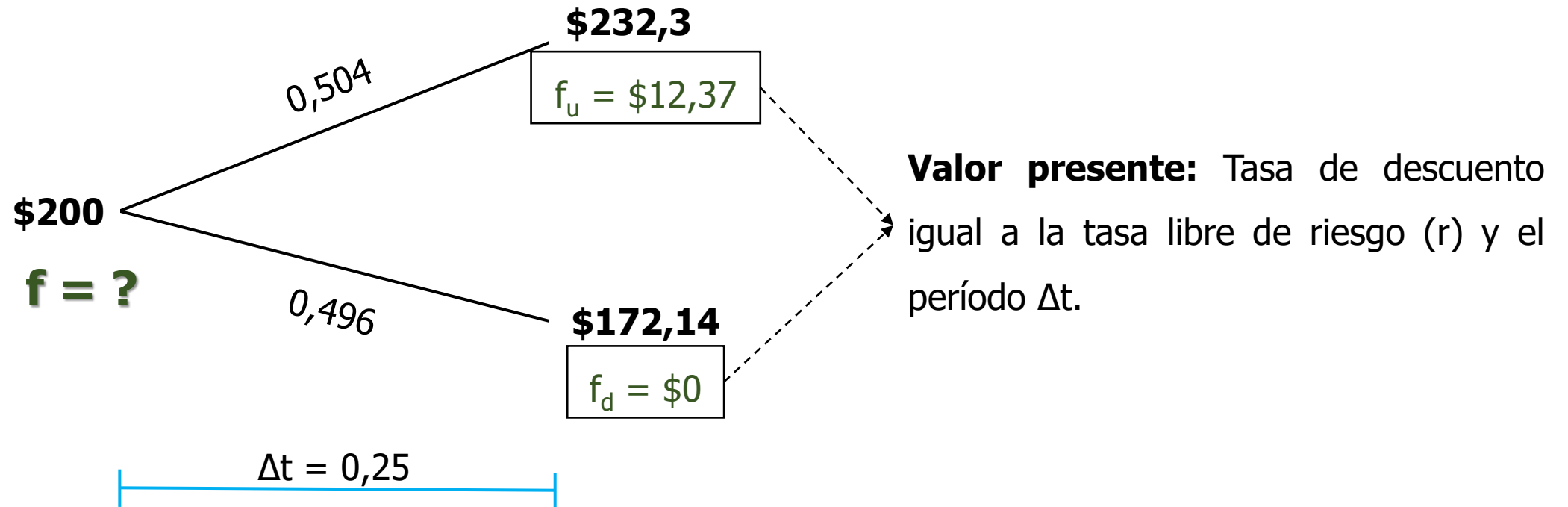


Método binomial de un paso



f = Precio actual de la opción

Método binomial de un paso



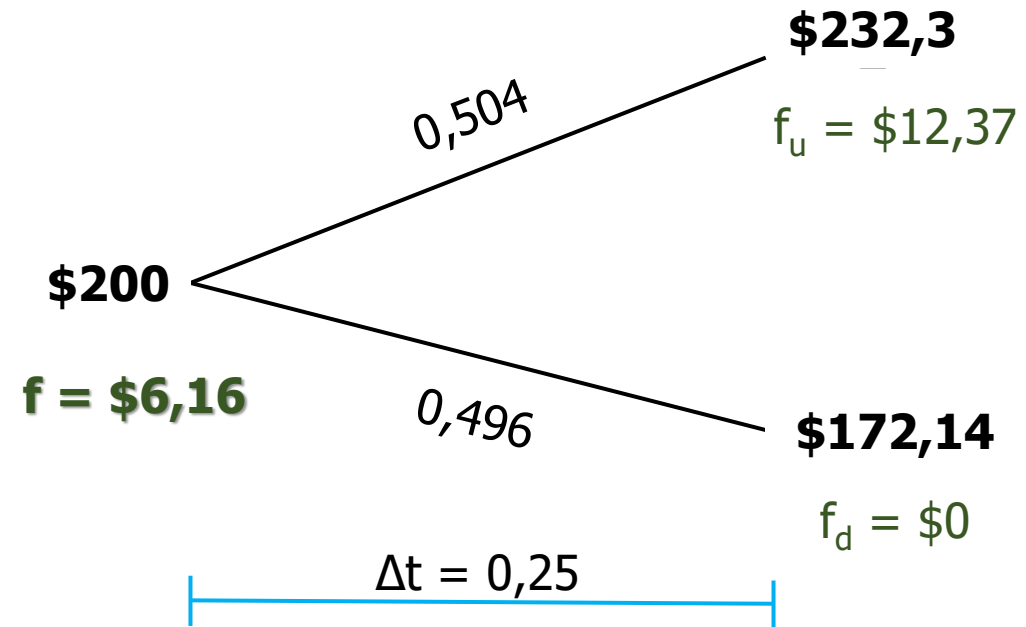
Método binomial de un paso

Valor de la opción

$$f = e^{-r\Delta t} [pf_u + (1 - p)f_d]$$

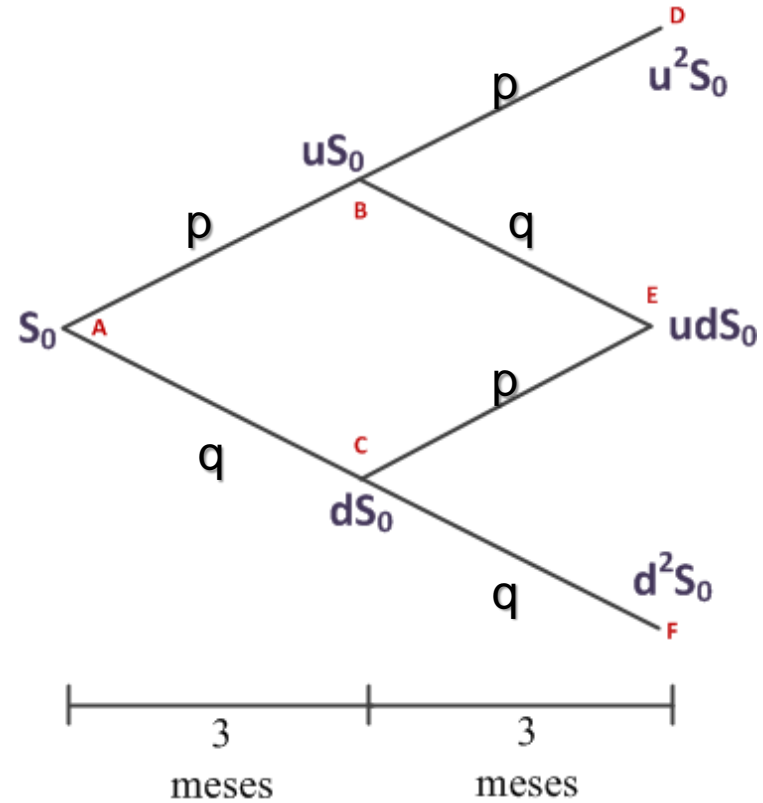
El precio de la opción es igual a su beneficio esperado en un mundo neutral al riesgo, descontado a la tasa libre de riesgo.

Método binomial de un paso

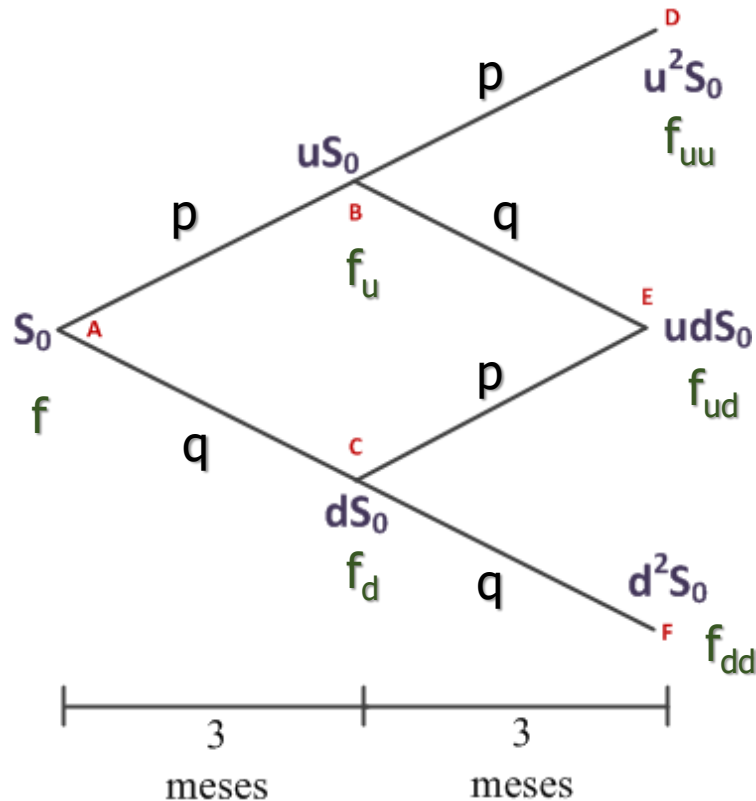


$$f = e^{-0,05 \times 0,25} [0,504 \times \$12,37 + 0,496 \times \$0] = \$6,16$$

Método binomial de dos paso



Método binomial de dos paso



$$f_u = e^{-r\Delta t} [pf_{uu} + (1-p)f_{ud}]$$

$$f_d = e^{-r\Delta t} [pf_{ud} + (1-p)f_{dd}]$$

$$f = e^{-r\Delta t} [pf_u + (1-p)f_d]$$

Otra forma:

$$f = e^{-2r\Delta t} [p^2 f_{uu} + 2p(1-p)f_{ud} + (1-p)^2 f_{dd}]$$

Método binomial de dos paso

Ejemplo:

Considere una opción de venta europea a dos años con un precio de ejercicio de \$52 sobre una acción cuyo precio actual es de \$50. Suponiendo que hay dos intervalos de un año y, en cada uno, el precio de la acción sube o baja un monto proporcional de 20%. Además, suponga que la tasa libre de riesgo es de 5%.

Método binomial de dos paso

Ejemplo:

El precio de la acción sube o baja un monto proporcional de 20%.

$$u = 1,20$$

$$d = 0,80$$

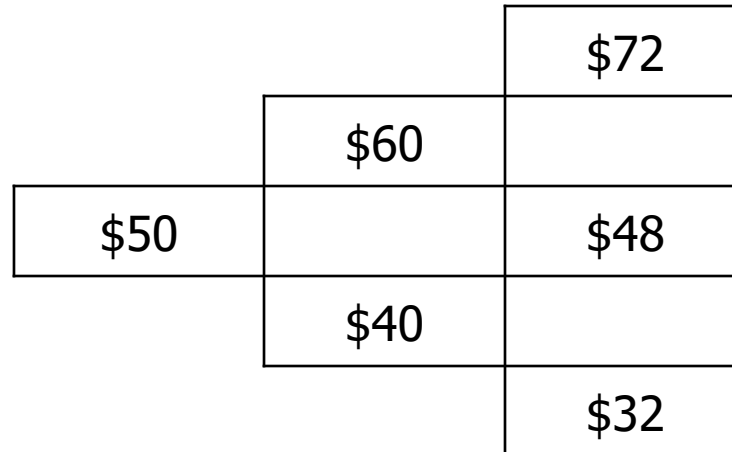
$$p = \frac{e^{0,05 \times 1} - 0,80}{1,20 - 0,80} = 0,6282$$

$$q = 1 - 0,6282 = 0,3718$$

Método binomial de dos paso

Ejemplo:

**Precio de la
acción**



Método binomial de dos paso

Ejemplo:

**Opción de
Venta:
K = \$52**

		\$72
	\$60	\$0
\$50		\$48
	\$40	\$4
		\$32
		\$20

Método binomial de dos paso

Ejemplo:

		\$72
	\$60	\$0
\$50	\$1,415	\$48
\$4,193	\$40	\$4
	\$9,464	\$32
		\$20

$$f_u = e^{-0,05 \times 1} [0,6282 \times \$0 + 0,3718 \times \$4]$$

$$f_u = \mathbf{\$1,415}$$

$$f_d = e^{-0,05 \times 1} [0,6282 \times \$4 + 0,3718 \times \$20]$$

$$f_d = \mathbf{\$9,464}$$

$$f = e^{-0,05 \times 1} [0,6282 \times \$1,415 + 0,3718 \times \$9,464]$$

$$f = \mathbf{\$4,193}$$

Otra forma:

$$f = e^{-2 \times 0,05 \times 1} [0,6282^2 \times \$0 + 2 \times 0,6282 \times 0,3718 \times \$4 + 0,3718^2 \times \$20] = \mathbf{\$4,193}$$

Árboles binomiales en Americanas

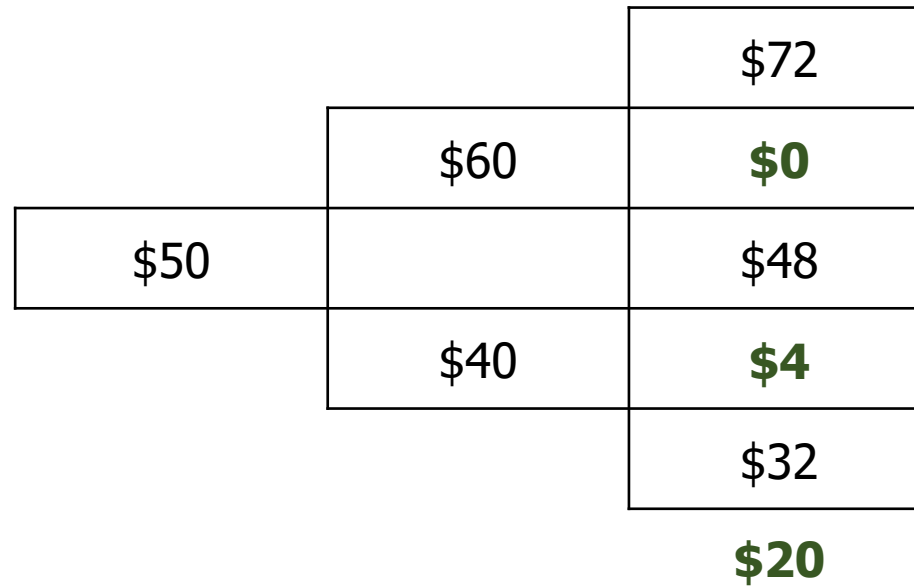
Con las opciones americanas se puede ejercer en cualquier nodo del árbol binomial.

El procedimiento consiste en retroceder a lo largo del árbol, desde el fin hasta el inicio, probando cada nodo para ver si el ejercicio anticipado es lo óptimo.

Árboles binomiales en Americanas

Opción de Venta:

$K = \$52$

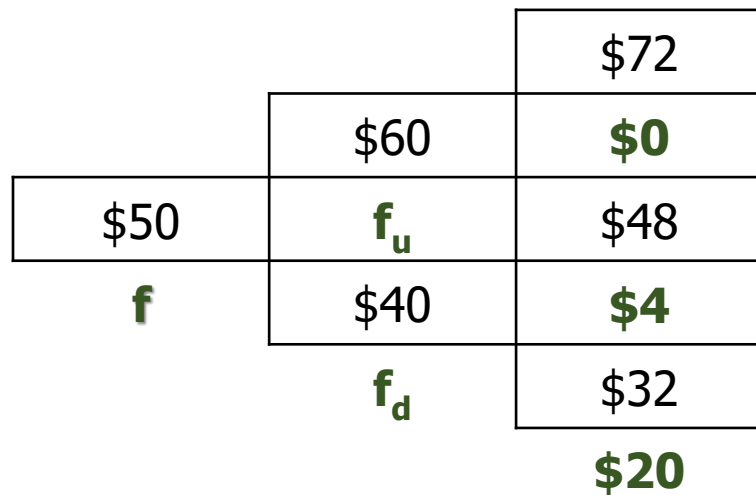


$\text{Máx} [K - S_T; 0]$

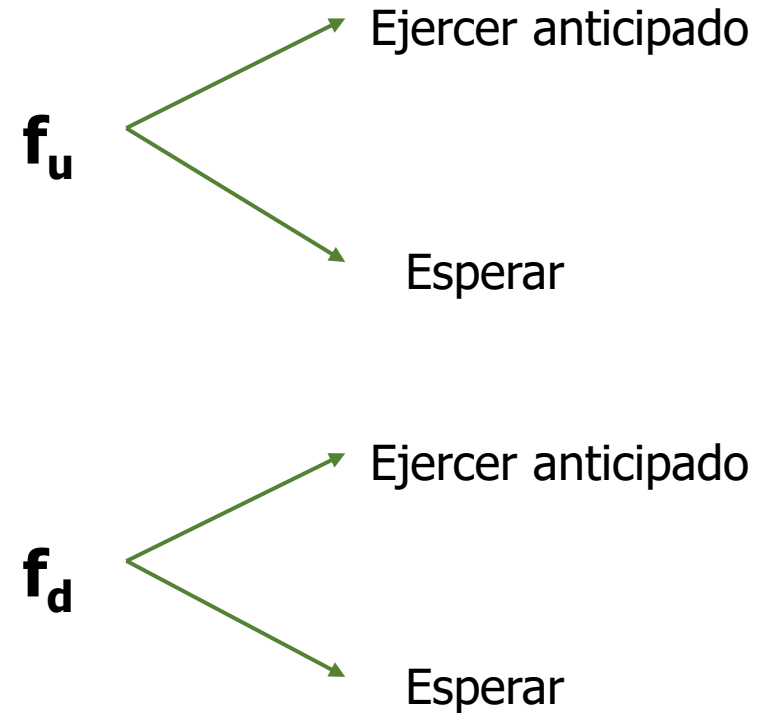
Árboles binomiales en Americanas

Opción de Venta:

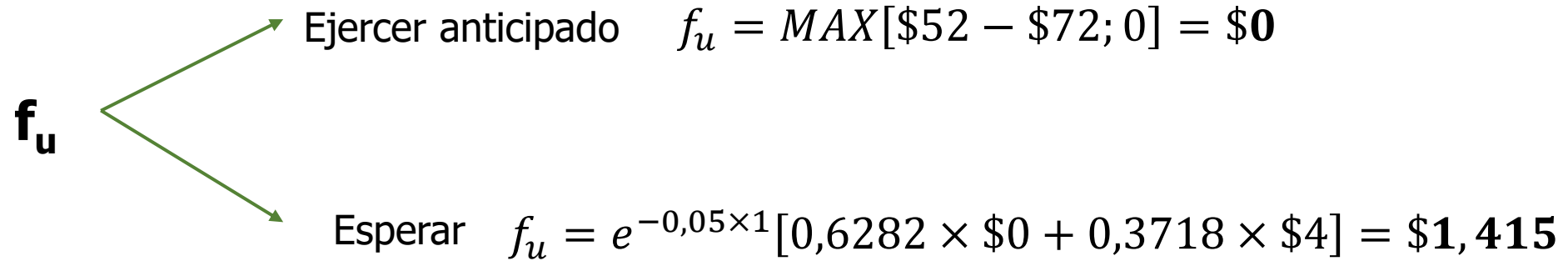
$K = \$52$



$$\text{Máx} [K - S_T; 0]$$



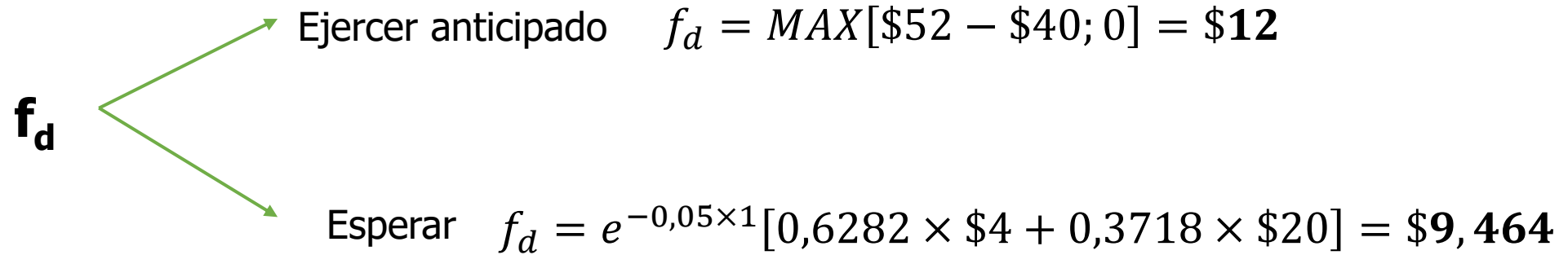
Árboles binomiales en Americanas



Óptimo: Esperar $f_u = \$1,415$

		\$72
	\$60	\$0
\$50	f_u	\$48
	\$40	\$4
		\$32
		\$20

Árboles binomiales en Americanas



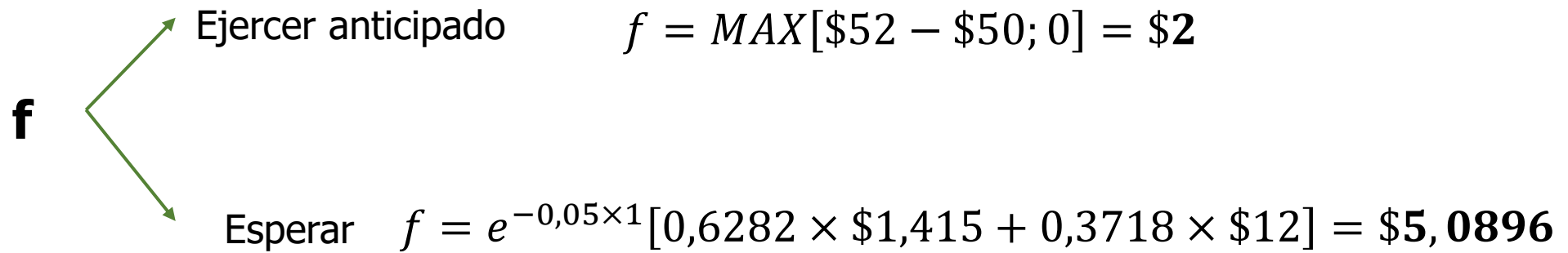
Óptimo: Ejercer anticipado $f_d = \$12$

		\$72
	\$60	\$0
\$50	1,415	\$48
	\$40	\$4
	f_d	\$32
		\$20

Árboles binomiales en Americanas

		\$72
	\$60	\$0
\$50	1,415	\$48
f	\$40	\$4
	12	\$32
		\$20

Árboles binomiales en Americanas



Óptimo: Esperar f = \$5,0896

		\$72
	\$60	\$0
\$50	1,415	\$48
	\$40	\$4
	12	\$32
		\$20

Árboles binomiales en Americanas

		\$72
	\$60	\$0
\$50	1,415	\$48
5,0896	\$40	\$4
	12	\$32
		\$20

Valor de la opción \$5,0896

Árboles binomiales

Gracias

Profesor: Miguel Jiménez