

4. Formación de precio de derivados con subyacente financiero

Objetivos de aprendizaje:

- Calcular la valoración de productos derivados básicos.
- Identificar las variables que determinan su precio.
- Comprender cómo las entidades financieras cubren los riesgos de los derivados para venderlos.

La idea detrás de la valoración de derivados es encontrar un precio justo al cual se podría intercambiar un activo subyacente en una fecha futura en función del perfil de pagos que tenga el contrato. Es importante el precio justo dado que para encontrar el precio de un derivado se utiliza el concepto de no arbitraje.

El contrato derivado es un activo financiero creado con el simple acuerdo entre las partes; su precio y función de pagos depende de un activo subyacente. Esta dependencia hace que la teoría detrás de la valoración de derivados busque replicar el perfil de pagos con instrumentos financieros básicos conocidos (inversiones y créditos) bajo una estrategia de *trading* determinada.

Aquí es donde radica la importancia del concepto de no arbitraje, el cual define que si dos activos o portafolios financieros tienen los mismos perfiles de riesgo y de pagos, deben valer lo mismo. Por ende, el precio del derivado será igual al costo de constituir el portafolio que replica su perfil de pagos.

En cuanto a los factores de riesgo asociados a los contratos, se asume que no existe riesgo de incumplimiento al final del contrato. Este punto será abordado más adelante para explicar cómo se debe realizar el ajuste del precio del derivado ante posibilidades de incumplimientos o *defaults*.

Todos los productos derivados se componen de dos instrumentos: una inversión y un crédito, más una operación en el mercado Spot del subyacente, una compra o venta. La fórmula de valoración de cada uno de ellos se derivará de la suma del valor de cada una de las operaciones que la conforman.

Este numeral se centra en la derivación de las fórmulas de valoración de derivados desde el punto de vista de cómo se pueden cubrir (y por ende valorar) para que no existan riesgos de mercado. En el capítulo siguiente hay ejemplos detallados de cada uno de ellos, utilizando información real de los mercados.

4.1. Forward - futuro sin dividendos

La fórmula más sencilla, por ende, el producto ideal para comenzar la derivación de las fórmulas de valoración es la de un *forward* – futuro de un activo que no paga ningún tipo de rendimiento. Entonces, es este caso, lo que se pretende valorar es el siguiente derivado:

Contrato por el cual se adquiere el derecho/obligación de adquirir/vender un activo subyacente en una fecha futura a un precio determinado.

La función de pagos de este producto se puede graficar de la siguiente manera:



Ilustración 6. Desglose del flujo de caja de un forward

Con el color azul, de aquí en adelante, se señala lo que se desea hacer (comprar o vender) el activo subyacente y con el color rojo, el flujo monetario asociado a la operación.

Ahora, con el concepto de la replicación del flujo de caja con productos financieros más sencillos se ilustra cómo es posible obtener el flujo de caja de un forward descrito anteriormente. Dado que la operación con el derivado es la de comprar el activo, considere que lo hace por medio de una operación de contado:



Ilustración 7 Operación Spot asociado a un contrato forward

Esta transacción de compra genera la posición larga que se desea para el forward - futuro, sin embargo, es necesario pagar hoy el valor por el cual se compró la acción. Una posibilidad para no hacerlo es la de buscar un crédito para financiar la compra:



Ilustración 8. Crédito asociado a un forward

Observe que como resultado se obtiene la posición larga de la acción y su pago se da en el futuro, en el tiempo T. Gráficamente se vería así:

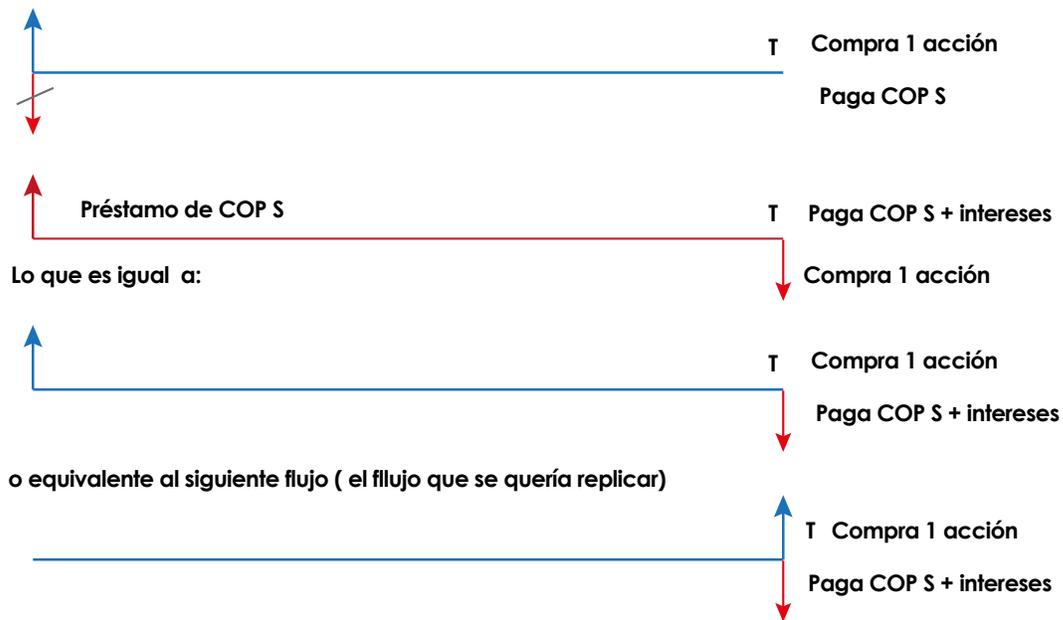


Ilustración 9. Agregación de flujos replicantes

Si se comparan los valores de los flujos monetarios (rojos), se encuentra que K (tasa forward) tiene que ser igual a S (precio spot) más intereses (bajo el principio de no arbitraje):

$$K = S + \text{Intereses}$$

El valor de los intereses va a depender de la tasa de interés del mercado y su forma de cálculo dependerá de su convención, por lo cual la fórmula anterior se puede expresar de la siguiente manera:

Tasa Nominal Anual: $K = S \left(1 + i \frac{T}{base} \right)$

Tasa Efectiva Anual: $K = S \left(1 + i \right)^{\frac{T}{base}}$

Tasa Continua: $K = S e^{i \frac{T}{base}}$

Ecuación 1. Precio de un forward - futuro sin dividendos

El procedimiento anterior de sumar o agregar los flujos de las operaciones que se usan para replicar el producto derivado es lo que permite la valoración libre de arbitraje. Recuerde que en la teoría económica dos portafolios o productos con el mismo riesgo y mismos flujos de caja deben tener el mismo precio.

En adelante, este procedimiento de suma de flujos se omitirá, pero la descripción de la constitución del portafolio se mantendrá siguiendo el mismo proceso anterior.

4.2. Forward - futuro con flujo de dividendos conocidos

La diferencia de este contrato con el anterior es que el activo subyacente tiene un flujo de caja intermedio entre la fecha de constitución y de vencimiento del derivado; sin embargo, el flujo de caja del contrato sigue siendo el mismo:



No obstante, el flujo de caja inicial del contrato es el mismo así tenga o no dividendos (D). La diferencia entre este contrato y el del numeral anterior radica en la existencia de un pago de dividendos durante la vida o vigencia, del portafolio replicante:

El flujo de caja asociado a la compra de la acción (operación *spot*) tiene asociado el pago de los dividendos:



Ilustración 10. Flujo de caja asociado a una operación de contado de un activo con dividendos

Sin embargo, al recibir el dividendo, este se puede invertir a un plazo equivalente al vencimiento del derivado:



Ilustración 11. Inversión asociada al flujo de caja de los dividendos

Por otro lado, el fondeo de la compra de la acción o solicitud del crédito, se mantiene igual dado que es necesario financiar la totalidad del valor de la acción en el momento inicial:



Ilustración 12. Crédito asociado al flujo de caja de un forward con dividendos

Por lo tanto, sumando los flujos de caja se encuentra:

$$K = S + \text{Intereses} - \text{valor futuro dividendos}$$

Es importante considerar que el valor futuro de los dividendos se puede expresar de la siguiente manera:

$$VF Div = D \frac{1}{\left(1 + i \frac{t}{base}\right)} \left(1 + i \frac{T}{base}\right)$$

Ecuación 2. Valor futuro de los dividendos

T: vencimiento del derivado
t: plazo intermedio entre el inicio del derivado y T

Es lo mismo que decir que el flujo futuro de los dividendos en t es equivalente a traerlo a valor presente y luego llevarlo a valor futuro a la fecha de vencimiento. Esto se hace porque no se conoce a hoy cuál es la tasa de interés aplicable en t hasta vencimiento T, pero sí se conocen las tasas a t y a T. Lo que implica:

$$\begin{aligned} K &= S \left(1 + i \frac{T}{base}\right) - D \frac{1}{\left(1 + i \frac{t}{base}\right)} \left(1 + i \frac{T}{base}\right) = \left(S - D \frac{1}{1 + i \frac{t}{base}}\right) \left(1 + i \frac{T}{base}\right) \\ &= (S - I) \left(1 + i \frac{T}{base}\right) \end{aligned}$$

Donde *I* es el valor presente de los dividendos al momento de la constitución del derivado.

Esta fórmula se puede expresar de la siguiente manera según como las tasas de interés estén denominadas:

Tasa nominal anual: $K = (S - I) \left(1 + i \frac{T}{base}\right)$

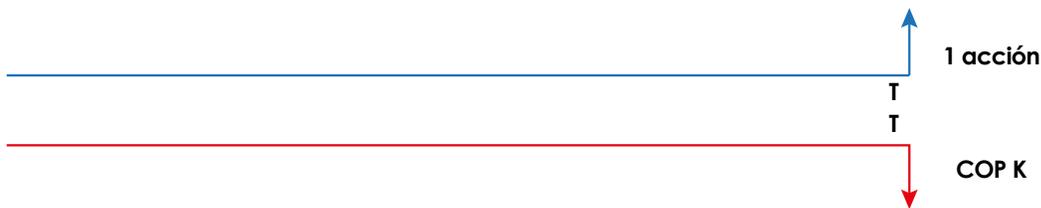
Tasa efectiva anual: $K = (S - I) \left(1 + i\right)^{\frac{T}{Base}}$

Tasa continua: $K = (S - I) e^{i \frac{T}{base}}$

Ecuación 3. Precio de un forward - futuro con dividendos

4.3. Forward - futuro con rendimiento de dividendos

En este caso se asume que en lugar de conocer un único flujo en un futuro próximo, se espera que el activo subyacente reconozca un rendimiento conocido en todo momento de la vigencia del contrato. Como en los anteriores, la composición del flujo de caja del derivado se mantiene igual:



Por el lado de la financiación de la compra de la acción al momento del inicio se mantiene igual porque aún se requiere comprar la acción:



Es necesario reconocer que el valor de la acción cambiará por el efecto de acumulación de rendimientos conforme pasa el tiempo:



Este material es propiedad de AMV, es de consulta gratuita y se encuentra prohibida su venta y uso para fines comerciales

por lo cual, al sumar los flujos de caja se encuentra que para mantener la igualdad financiera entre el flujo de caja que genera la acción con sus rendimientos y el crédito se debe cumplir que:

$$K \left(1 + q \frac{T}{base} \right) = S \left(1 + i \frac{T}{base} \right)$$

donde q representa la tasa de rendimientos de la acción. Por ende, la parte izquierda de la ecuación es el valor justo de los rendimientos a futuro de la acción junto al precio al que se comprará, mientras que el lado derecho es el valor del flujo a pagar del crédito, por ende:

$$K = S \frac{\left(1 + i \frac{T}{base} \right)}{\left(1 + q \frac{T}{base} \right)}$$

Entonces las fórmulas para encontrar K de acuerdo con la definición de las tasas son las siguientes:

Tasa nominal anual: $K = S \frac{\left(1 + i \frac{T}{base} \right)}{\left(1 + q \frac{T}{base} \right)}$

Tasa efectiva anual: $K = S \frac{\left(1 + i \right)^{\frac{T}{base}}}{\left(1 + q \right)^{\frac{T}{base}}} = S \left(\frac{1 + i}{1 + q} \right)^{\frac{T}{base}}$

Tasa continua: $K = S e^{(i - q) \frac{T}{base}}$

Ecuación 4. Precio de un forward - futuro con rendimientos

4.4. Forward - futuro de tasa de cambio

A diferencia de los forward anteriores, este busca intercambiar dos monedas. Para el caso colombiano, el más común es el intercambio USD contra COP. A pesar de que el contrato tiene las mismas características de los previos donde se adquiere el derecho y la obligación de vender el activo subyacente a un precio y una fecha futura, en este caso al vender una moneda se está comprando la otra, es

decir, es un intercambio, por lo que hay que tener en cuenta esta característica para valorar el producto derivado.

El flujo de caja es el siguiente:



Ilustración 13. Flujo de caja de un forward - futuro de tasa de cambio

En cuanto a la replicación del precio (que se explicó para los productos anteriores), se buscará replicar el intercambio del *forward* - futuro con flujos de caja futuros en cada una de las monedas:

Para la moneda X, con el fin de replicar el ingreso en el momento T, es necesario realizar una inversión:



Ilustración 14. Flujo de caja en la moneda referencia

Para el caso de la moneda Y, se requerirá un crédito:



Ilustración 15. Flujo de caja en la segunda moneda

Y para obtener las unidades de la moneda X se hace una transacción *spot*:

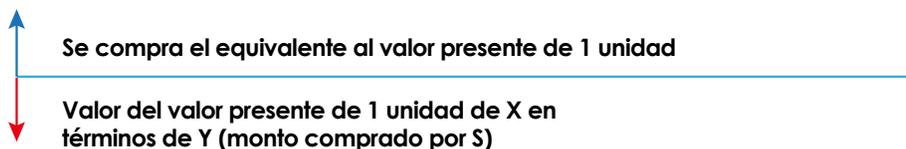


Ilustración 16. Operación de contado en el mercado de divisas

Para invertir el valor presente de 1 unidad de la moneda X al plazo T, es necesario pedir prestado el valor correspondiente de este monto en la moneda Y, cuya tasa de cambio se denomina S. Entonces, el flujo transaccional es el siguiente: Se pide prestado el valor requerido para comprar las unidades necesarias de la moneda X, con este último monto se realiza una inversión. Al final del plazo se paga el crédito y se redime la inversión y así se obtiene el flujo de caja del forward - futuro.

Si se mira la suma de todos los flujos de caja, encontramos que en T = 0, todos los flujos se cancelan, es decir, se netean/compensan entre ellos, cumpliendo la siguiente relación:

$$\text{Flujo}_{T=0}^X = \frac{1 \text{ monedaX}}{\left(1 + i_X \frac{T}{\text{base}}\right)}$$

$$\text{Flujo}_{T=0}^Y = S \frac{1 \text{ monedaX}}{\left(1 + i_X \frac{T}{\text{base}}\right)}$$

Al momento del vencimiento del contrato, en la fecha T, se encuentra lo siguiente:

$$\text{Flujo}_{T=0}^X = \frac{1 \text{ monedaX}}{\left(1 + i_X \frac{T}{\text{base}}\right)} \left(1 + i_X \frac{T}{\text{base}}\right) = 1 \text{ monedaX}$$

$$\text{Flujo}_{T=0}^Y = S \frac{1 \text{ monedaX}}{\left(1 + i_X \frac{T}{\text{base}}\right)} \left(1 + i_Y \frac{T}{\text{base}}\right) = K$$

Como al final del contrato se va a recibir una unidad de la moneda X, y es necesario mantener la equivalencia entre los flujos de caja asociados a la moneda X y Y, se requiere que la tasa de conversión futura entre X y Y (para que no exista arbitraje) sea:

$$K = S \frac{\left(1 + i_Y \frac{T}{\text{base}}\right)}{\left(1 + i_X \frac{T}{\text{base}}\right)}$$

donde el factor $\frac{\left(1 + i_Y \frac{T}{\text{base}}\right)}{\left(1 + i_X \frac{T}{\text{base}}\right)}$ ((1+i_Y T/base))/((1+i_X T/base)) se le llama devaluación implícita en los mercados, y no es más que es el diferencial de tasas de interés entre las dos economías (aunque esto puede cambiar de un mercado a otro si existen imperfecciones en el libre flujo de capitales en la economía).

La fórmula anterior aplica cuando las tasas son nominales; cuando son efectivas o continuas la expresión se convierte en:

$$\text{Tasa efectiva anual: } K = S \frac{(1 + i_Y)^{\frac{T}{base}}}{(1 + i_X)^{\frac{T}{base}}} = S \left(\frac{1 + i_Y}{1 + i_X} \right)^{\frac{T}{base}}$$

$$\text{Tasa continua: } K = S e^{(i_Y - i_X) \frac{T}{base}}$$

Ecuación 5. Precio de un forward - futuro de tasa de cambio

4.5. Forward de tasa de interés - FRA (Forward Rate Agreements)

La estructura de este producto varía, dada la naturaleza del activo subyacente. Al ser el activo subyacente una tasa de interés, hay que tener en cuenta las particularidades de la misma: la tasa de interés siempre tiene definidos un inicio y final del periodo de vigencia, por ejemplo, la tasa IBR (Índice Bancario de Referencia) a un mes define la tasa de interés de mercado con inicio hoy y vencimiento de su vigencia dentro de un mes.

Al igual que los productos anteriores, este derivado intercambia dos flujos: el primero definido por una tasa fija por un periodo de tiempo determinado, y el segundo, un flujo calculado con base en una tasa variable aplicable para el mismo periodo de tiempo:



Ilustración 17. Flujo de caja FRA

Como la tasa variable siempre fluctúa, y está ajustada a las condiciones de mercado, el riesgo de mercado del producto se manifiesta en el flujo que está determinado por la tasa fija pactada al inicio de contrato.

Esta tasa fija puede verse como una inversión a dicha tasa comenzando en t y con vencimiento en T:

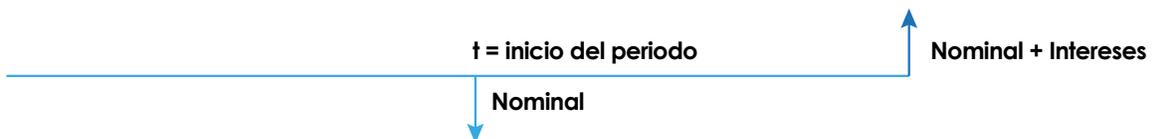


Ilustración 18. Inversión subyacente en el FRA

Este material es propiedad de AMV, es de consulta gratuita y se encuentra prohibida su venta y uso para fines comerciales