

$$\text{Tasa efectiva anual: } K = S \frac{(1 + i_Y)^{\frac{T}{base}}}{(1 + i_X)^{\frac{T}{base}}} = S \left(\frac{1 + i_Y}{1 + i_X} \right)^{\frac{T}{base}}$$

$$\text{Tasa continua: } K = S e^{(i_Y - i_X) \frac{T}{base}}$$

Ecuación 5. Precio de un forward - futuro de tasa de cambio

4.5. Forward de tasa de interés - FRA (Forward Rate Agreements)

La estructura de este producto varía, dada la naturaleza del activo subyacente. Al ser el activo subyacente una tasa de interés, hay que tener en cuenta las particularidades de la misma: la tasa de interés siempre tiene definidos un inicio y final del periodo de vigencia, por ejemplo, la tasa IBR (Índice Bancario de Referencia) a un mes define la tasa de interés de mercado con inicio hoy y vencimiento de su vigencia dentro de un mes.

Al igual que los productos anteriores, este derivado intercambia dos flujos: el primero definido por una tasa fija por un periodo de tiempo determinado, y el segundo, un flujo calculado con base en una tasa variable aplicable para el mismo periodo de tiempo:

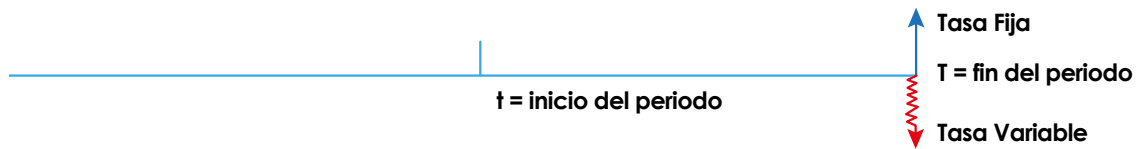


Ilustración 17. Flujo de caja FRA

Como la tasa variable siempre fluctúa, y está ajustada a las condiciones de mercado, el riesgo de mercado del producto se manifiesta en el flujo que está determinado por la tasa fija pactada al inicio de contrato.

Esta tasa fija puede verse como una inversión a dicha tasa comenzando en t y con vencimiento en T:

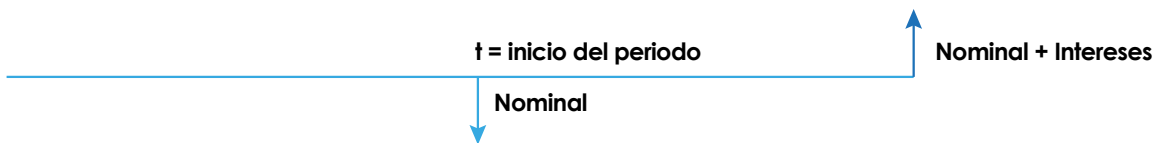


Ilustración 18. Inversión subyacente en el FRA

Este material es propiedad de AMV, es de consulta gratuita y se encuentra prohibida su venta y uso para fines comerciales

Esa tasa de interés aplicable de t a T no se negocia en el mercado spot de las tasas de interés, dado que todas las operaciones del mercado comienzan en $T = 0$ (o hasta $T + 2$) y no en $T = t$ como se ilustró anteriormente en el derivado.

Entonces, considere que existe la posibilidad de replicar el flujo de caja mediante una estrategia de inversión que se empieza a ejecutar desde hoy: primero se invierte hoy al $T = t$ a una tasa r_t y luego de $T = t$ a $T = T$ a la tasa pactada en el derivado (llamada FRA por sus siglas en inglés):

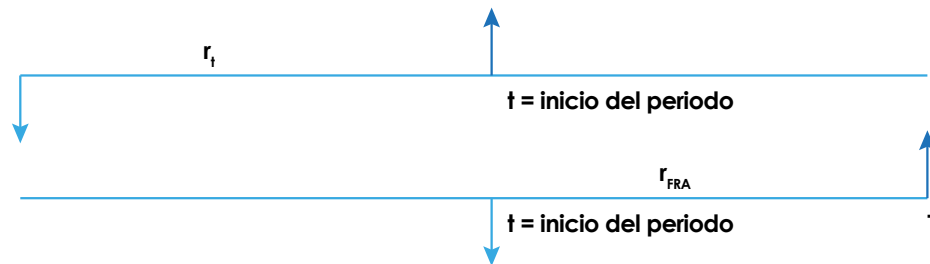
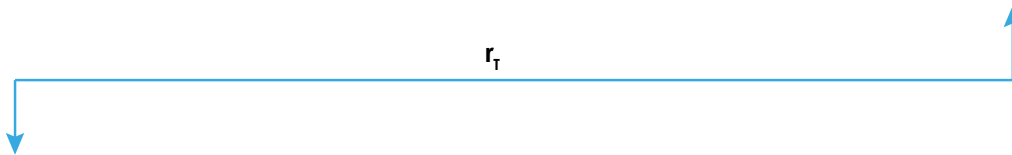


Ilustración 19. Estrategia de inversión de los FRA

Pero existe otra posibilidad: en lugar de realizar las dos inversiones anteriores para conseguir un flujo en $T = T$ se puede realizar la inversión de hoy hasta T directamente a una tasa r_T



Con el fin de eliminar la posibilidad de arbitraje, la siguiente relación se debe cumplir:

$$\left(1 + r_T \frac{T}{base}\right) = \left(1 + r_t \frac{t}{base}\right) \left(1 + r_{FRA} \frac{T - t}{base}\right)$$

que no es más que la inversión a T (término de la izquierda) debe ser igual al rendimiento de la estrategia de inversión que consiste de dos operaciones: una inversión a t y otra de t a T (término de la derecha).

Se encuentra que la tasa FRA debe ser:

$$r_{FRA} = \left(\frac{\left(1 + r_T \frac{T}{base}\right)}{\left(1 + r_t \frac{t}{base}\right)} - 1 \right) \frac{base}{T - t}$$

Esa fórmula aplica cuando las tasas de interés son nominales; para los otros dos casos la fórmula se convierte en:

Tasas efectivas

$$r_{FRA} = \left(\frac{\left(1 + r_T\right)^{\frac{T}{base}}}{\left(1 + r_t\right)^{\frac{t}{base}}} - 1 \right)^{\frac{base}{T - t}}$$

Tasas continuas

$$r_{FRA} = \frac{r_T T - r_t t}{T - t}$$

Ecuación 6. Fórmula tasa FRA

En el siguiente capítulo se presenta un ejemplo detallado de la valoración de este producto.

4.6 Swaps

Como se mencionó anteriormente, los swaps son contratos en los que se intercambian dos flujos de caja usualmente determinados con base en dos tasas de interés o monedas. Como todos los contratos derivados anteriores, el swap de tasas de interés genera un derecho y una obligación para intercambiar dos flujos de caja definidos desde el inicio del contrato por un plazo de tiempo determinado. Al igual que los forwards y los futuros, el precio justo de los swaps busca la equivalencia de los dos flujos de caja (entre el flujo de caja correspondiente al derecho y a la obligación) para que su valor inicial sea cero (es decir, el valor del derecho y la obligación sean iguales).

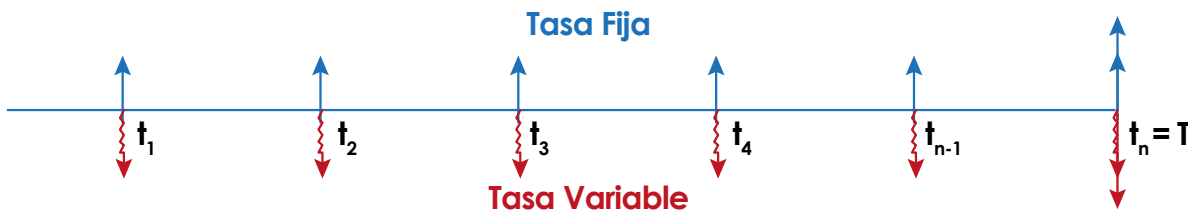


Ilustración 20. Flujo de caja swaps

Los contratos swap más sencillos constan del intercambio de un flujo que es calculado con base en una tasa fija y el otro en una tasa variable.

El principio de valoración de los swaps es que se cumpla la siguiente relación en términos de sus valores presentes, valor del derecho y obligación iguales:

$$VP(FC^{FIJA}) = VP(FC^{VARIABLE})$$

donde el lado derecho de la ecuación corresponde al valor presente del flujo de caja asociado a la tasa variable (llamado "pata" variable), o dicho de otro modo, es la sumatoria del valor presente de todos los flujos de caja en tasa variable. El lado izquierdo corresponde al valor presente al flujo de caja asociado a la tasa fija ("pata" fija), o a la sumatoria del valor presente de todos los flujos de caja en tasa fija.

El valor presente de cada uno de los flujos de caja de los swap se calcula de la siguiente manera:

$$VP(FC_i^{Fija}) = \frac{N * s * \frac{\Delta t_i}{base}}{1 + r_i \frac{t_i}{base}} = N * s * \frac{\Delta t_i}{base} \frac{1}{(1 + r_i \frac{t_i}{base})} = N * s * \frac{\Delta t_i}{base} * FD_i$$

$$VP(FC_i^{Variable}) = \frac{N * FRA_i * \frac{\Delta t_i}{base}}{1 + r_i \frac{t_i}{base}} = N * FRA_i * \frac{\Delta t_i}{base} \frac{1}{(1 + r_i \frac{t_i}{base})} = N * FRA_i * \frac{\Delta t_i}{base} * FD_i$$

donde s es la tasa fija o tasa swap, i denota el flujo de caja i -esimo, Δt_i es la amplitud del intervalo de tiempo entre cada uno de los flujos de caja, r_i es la tasa cero cupón o tasa de descuento para el flujo, i , FD_i es el factor de descuento para el flujo de caja i , FRA_i ², es la tasa FRA (o tasa esperada por el mercado) para el periodo i y N es el nominal de la operación.

Entonces, se pueden escribir los valores presentes de los flujos de caja de la siguiente forma:

$$VP(FC_i^{Fija}) = \sum_{i=1}^n N * s * \frac{\Delta t_i}{base} * FD_i + N * FD_n$$

$$VP(FC_i^{Variable}) = \sum_{i=1}^n N * FRA_i * \frac{\Delta t_i}{base} * FD_i + N * FD_n$$

² Para su cálculo ver la ecuación numero 6