Ahora usted podrá **manejar** sus estrategias a otro nivel.

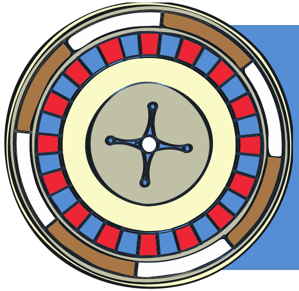
Opciones sobre acciones, el nuevo producto con el que podrá crear estrategias y potencializar al máximo el Mercado de Derivados.

bvc · CÁMARA DE RIESGO

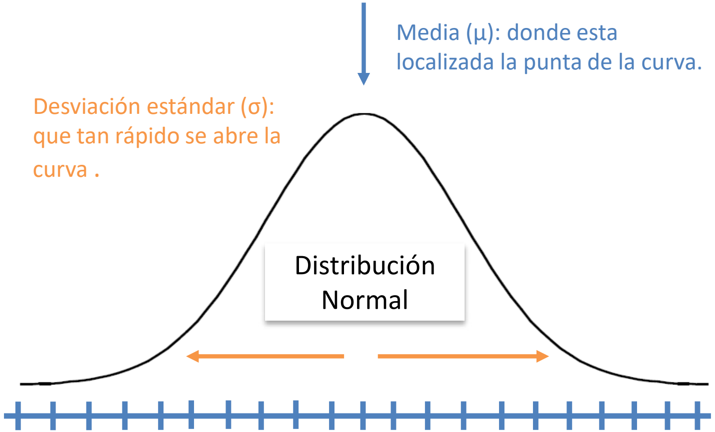
Capacitación Opciones

Valoración

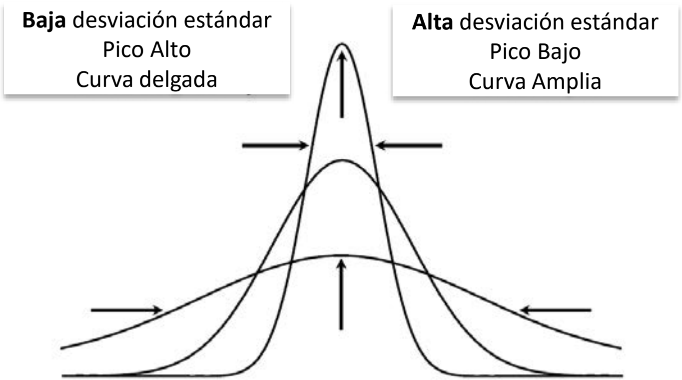
Juego de Probabilidades



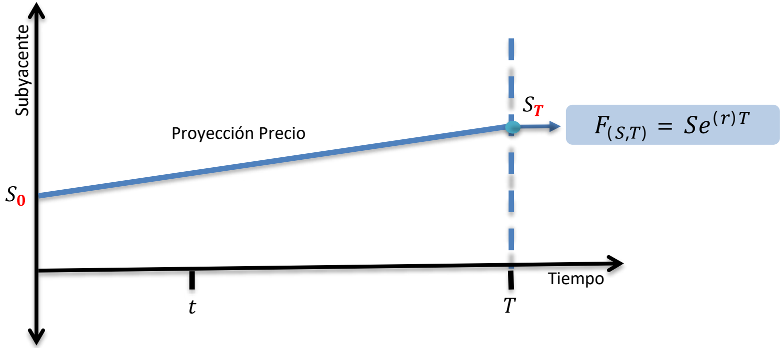
- En el juego de la Roulette, el derecho de escoger un número cuesta $1.
- Existen 38 números disponibles, es decir 38 oportunidades.
- Si al jugar, mi número **no** sale, el valor que recibo es $0.
- Si el número sale gano $36.
- Mi Liquidación es el máximo entre $36 o $0.
- Mi valor esperado es: ***$36 * 1/38 = 0,95***

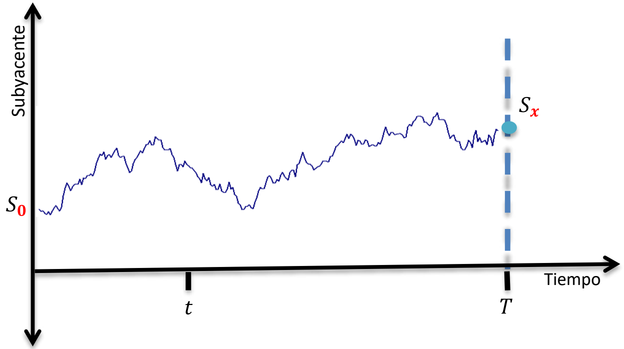


Posibles números de la Roulette = Precios de los subyacentes



Valor esperado de las opciones





Determinístico

- Variables de la ecuación del precio Futuro

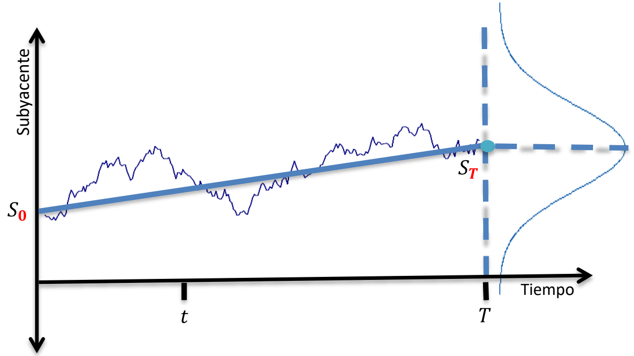
  $\boldsymbol{S_0}$: Precio del subyacente el día cero.
  $\boldsymbol{S_t}$: Precio del Subyacente el día t.
  $\boldsymbol{S_T}$:Precio del Subyacente al vencimiento.
  $\boldsymbol{r}$: Tasa libre de riesgo – (CC 365)

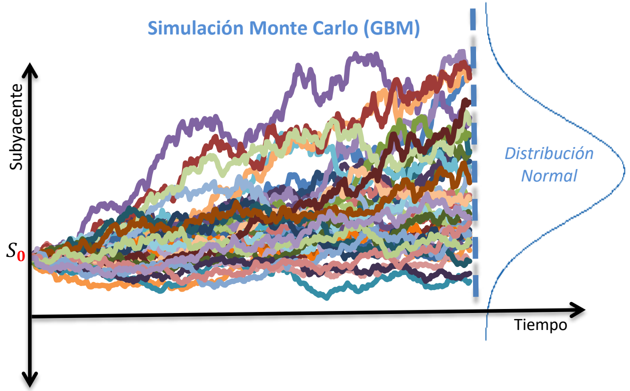
- El precio esta basado exclusivamente en una variable Tendencial.
- Es un valor determinístico, no existe aleatoriedad, volatilidad es cero

Aleatorio

- Las Activos presentan un movimiento Geométrico Browniano.
- Este comportamiento del subyacente se rige por un movimiento geométrico Browniano (GBM).
- Este movimiento consta de dos partes.
- $dS = \underbrace{\mu S dt}_{\text{Determinística (drift)}} + \underbrace{\sigma S dx}_{\text{Aleatoria (Random)}}$

Valor esperado de las opciones





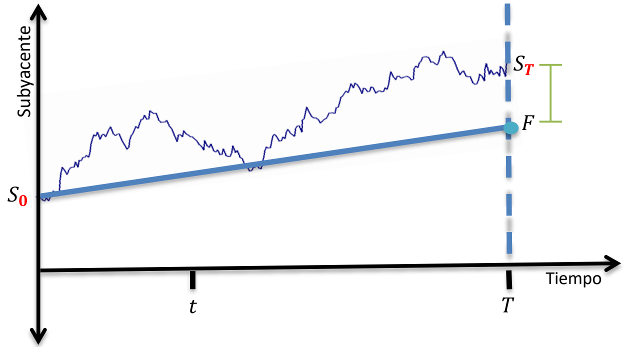
Movimiento Geométrico Browniano

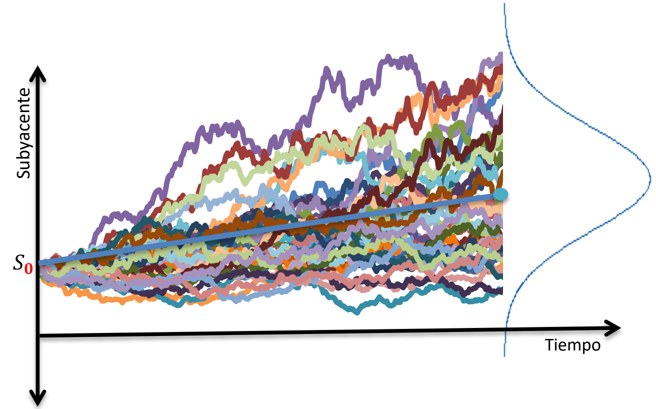
- Aquí tendríamos la variable determinística y la variable aleatoria.
  - $\mu = r$ → Determinística
  - $\sigma\, dx$ → Aleatoriedad
  - $dS = \boldsymbol{i}Sdt + \sigma Sdx$
- Si proyectamos el precio del Activo a Futuro aplicando un ***GBM.***
  - $F_{(S,X)} = Se^{(i\Delta t)+(\sigma X\sqrt{\Delta t})}$

Monte Carlo y Valor Esperado

- En la gráfica tenemos 50 Simulaciones del Activo, de acuerdo al movimiento geométrico Browniano.
- Obtenemos 50 posibles precios a un plazo determinado.
- El valor esperado de esos precios se asume que presentan una distribución normal.

Valor esperado de las opciones





Valor del Futuro al Vencimiento

- Cual es el valor del Futuro al vencimiento?
  - ***S – F> 0*** → Comprador gana esta diferencia.
  - ***S – F < 0*** → Comprador pierde esta diferencia.

Valor Esperado

- Valor Esperado = $\frac{\sum_{i=1}^{50} S_i}{50}$

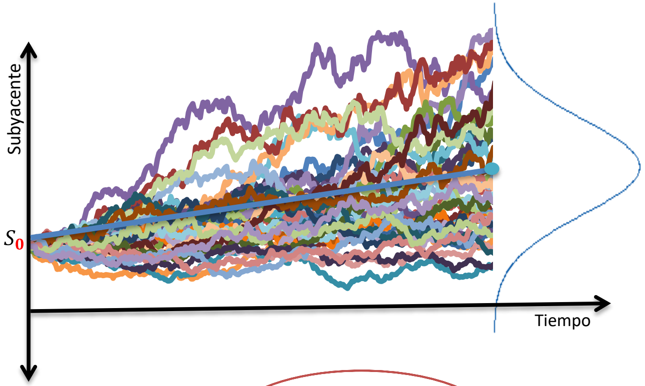
Valor de la opción al vencimiento

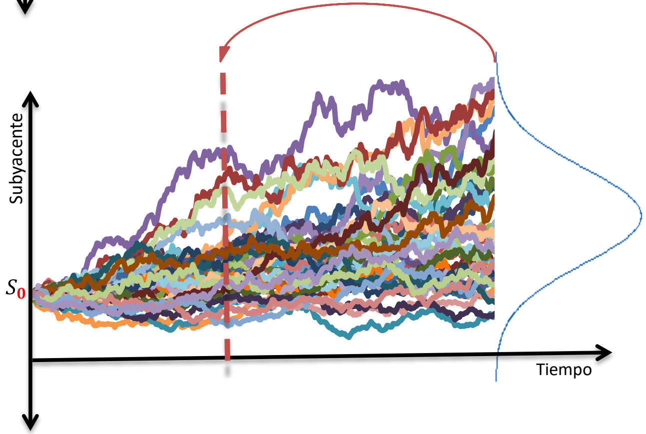
- Cual es el valor de la Opción al vencimiento?
  - **Max**$(S_{iT} - X; 0)$→ Valor **Intrínseco** de la opción Call.
  - **Max**$(X - S_{iT}; 0)$→ Valor **Intrínseco** de la opción Put.

Valor Esperado

Call	*Put*
Max$(S_{1T} - X; 0)$	Max$(X - S_{1T}; 0)$
Max$(S_{2T} - X; 0)$	Max$(X - S_{2T}; 0)$
Max$(S_{nT} - X; 0)$	Max$(X - S_{nT}; 0)$
Promedio	Promedio

Valor esperado de las opciones





Valor de la opción al vencimiento

Call		*Put*
Max$(S_{1T} - X; 0)$		Max$(X - S_{1T}; 0)$
Max$(S_{2T} - X; 0)$	***Valor Intrínseco***	Max$(X - S_{2T}; 0)$
Max$(S_{nT} - X; 0)$		Max$(X - S_{nT}; 0)$
Promedio		Promedio

Valor de la opción a hoy

- El valor de una opción se podría definir como el valor presente de cada uno de los posibles valores intrínsecos de la opción ponderados por sus respectivas probabilidades.
- El valor de una Opción **Call** y una Opción **Put** se podrán expresar de la siguiente manera.

$$CALL = e^{-it}\, \mathrm{E}_t[Max\{S_t - X; 0\}]$$

$$PUT = e^{-it}\, \mathrm{E}_t[Max\{X - S_t; 0\}]$$

Modelo de Black-Scholes-Merton

Modelo de B&S

- Fischer Black y Myron Scholes publicaron *"The pricing of Options and Corporate Liabilities"* in *"Journal of Political Economy".*
- En 1973 Robert C. Merton publica *"Theory of Rational Option Pricing""*, en el *"Bell Journal of Economics and management Sciences* donde se deriva la fórmula Black-Scholes-Merton para valoración de opciones con dividendos.
- En 1997 el modelo es premiado con el Nobel de economía.
- Existen varios modelos para la valoración de opciones, pero el mas usado en el mundo es Black&Scholes.
- El modelo tiene varios supuestos, los cuales hacen que el modelo tenga imperfecciones.

Supuesto del modelo

- No existe fricciones de mercado:
    - Costos de Transacción, impuestos.
    - Activos son perfectamente visibles.
- No hay oportunidades de arbitraje.
- La negociación de valores es continua.
- Los inversionistas puede pedir prestado o prestar al mismo tipo de interés libre de riesgo.
- El precio del Subyacente sigue un proceso continuo de evolución geométrica Browniana.
- La distribución del activo es Log-normal.
- Existe la posibilidad de posicionarse "corto" en el activo subyacente.
- La Volatilidad (σ) futura es conocida.
- El tipo de interés (i) es constante.

Entendimiento de la fórmula de Black & Scholes

$$C_{BS} = Se^{(b-r)T}N(d_1) - Xe^{-rT}N(d_2)$$

- $\mathbf{N}(d_1)$: significa el valor presente del beneficio de ejercer la opción al vencimiento, condicionado de que el Spot (S) sea mayor que el strike (X)

- $\mathbf{N}(d_2)$: es el valor presente de los costos esperados de ejercer la opción, condicionados a que la opción este ITM en el vencimiento. Es decir la probabilidad de que esto suceda.

- $Se^{(\alpha-r)(T-t)}\mathbf{N}(d_1)$: Esto nos dice que el valor de una opción Call esta determinado en parte por el precio del subyacente multiplicado por la sensibilidad del valor de la Call con respecto a un cambio en el precio del subyacente. En conclusión es el beneficio esperado de comprar el subyacente en ese momento.

- $Xe^{-r(T-t)}\mathbf{N}(d_2)$: Es el valor presente del Strike por la probabilidad de que la opción este ITM en el vencimiento..

Valoración de Opciones sobre TRM

$$CALL = Se^{-r_f T}N(d_1) - Xe^{-r_d T}N(d_2)$$

$$PUT = Xe^{-r_d T}N(-d_2) - Se^{-r_f T}N(-d_1)$$

$$d_1 = \frac{ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r_d - r_f + \frac{\sigma^2}{2}\right) T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r_d - r_f - \frac{\sigma^2}{2}\right) T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$Liquidación\ CALL\ (Payoff) = max(S_T - X; 0)$$

$$Liquidación\ PUT\ (Payoff) = max(X - S_T; 0)$$

S: Spot

rd: Tasa libre de riesgo compuesta continua del mercado del mercado local.

rf: Tasa libre de riesgo compuesta continua del mercado de la moneda a negociar.

T: Plazo al vencimiento de la opció

X: Precio de ejercicio (Strike).

σ: Volatilidad Implícita de la opción.

N(d1,d2): Función de distribución acumulativa para una variable aleatoria distribuida normalmente.

Valoración de Opciones sobre TRM

$$CALL = Se^{-D\ T} * N(d_1) - Xe^{-r_d\ T} N(d_2)$$

$$PUT = Xe^{-r_d\ T} N(-d_2) - Se^{-D\ T} N(-d_1)$$

$$d_1 = \frac{ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r_d - D + \frac{\sigma^2}{2}\right) T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r_d - D - \frac{\sigma^2}{2}\right) T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$Liquidación\ CALL\ (Payoff) = max(S_T - X; 0)$$

$$Liquidación\ PUT\ (Payoff) = max(X - S_T; 0)$$

S: Spot

rd: Tasa libre de riesgo compuesta continua del mercado del mercado local.

D: Dividendo anualizado

T: Plazo al vencimiento de la opció

X: Precio de ejercicio (Strike).

σ: Volatilidad Implícita de la opción.

N(d1,d2): Función de distribución acumulativa para una variable aleatoria distribuida normalmente.

Valoración de Opciones sobre Índices

$$CALL = Se^{-q\,T}N(d_1) - Xe^{-r_d\,T}N(d_2)$$

$$PUT = Xe^{-r_d\,T}N(-d_2) - Se^{-q\,T}N(-d_1)$$

$$d_1 = \frac{ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r_d - q + \frac{\sigma^2}{2}\;T\right)}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r_d - q - \frac{\sigma^2}{2}\;T\right)}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$Liquidación\ CALL\ (Payoff) = max(S_T - X; 0)$$

$$Liquidación\ PUT\ (Payoff) = max(X - S_T; 0)$$

$$q = \sum_{i}^{n} \frac{Dividendo_i^t}{S_i^t} W_i$$

S: Spot

rd: Tasa libre de riesgo compuesta continua del mercado del mercado local.

q: Rendimiento índice anualizado

T: Plazo al vencimiento de la opción.

X: Precio de ejercicio (Strike).

σ : Volatilidad Implícita de la opción.

N(d1,d2): Función de distribución acumulativa para una variable aleatoria distribuida normalmente.

W: Peso de la acción (i) dentro del índice en el momento (t).

Insumos

- Debido a que el modelo de BS, toma la volatilidad y las tasas constantes, lo cual no es una realidad en el mercado, se hacen algunos ajustes para acercar aun mas el modelo a la realidad.
- Para la valoración se necesitan los siguientes insumos:

Tasas libre de Riesgo

- Tasa cero cupón libre de riesgo local → **IBR**
- Tasa cero cupón libre de riesgo foránea → **LIBOR**

Spot

- Precios de cierre del mercado, para la valoración.
- Precios del mercado para el momento de la valoración.

Strike

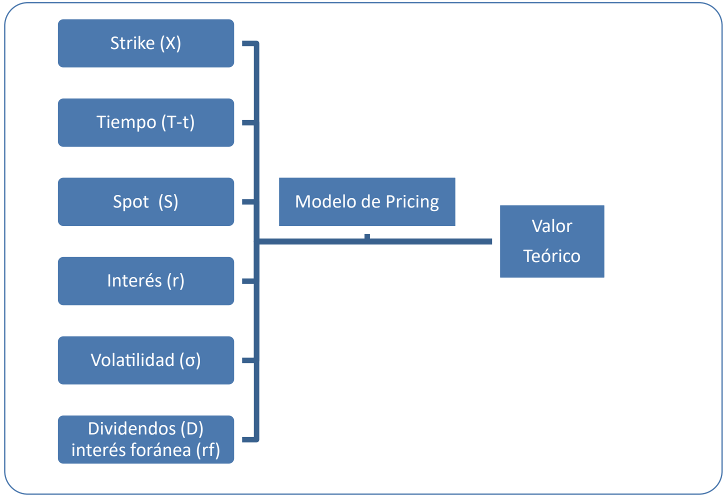
- Precio forward del subyacente.
- Precio estimado.

Volatilidad

- **Histórica o Realizada** : Es la aleatoriedad en un periodo del tiempo en el pasado.
- **Implícita:** Es la volatilidad que al introducirla en la formula del BS, nos da el precio de mercado de una opción. Se conoce como la futura actual volatilidad del mercado durante la vida de una opción. Es dada por el mercado.
- **Forward:** Es la volatilidad actual o implícita para un periodo en el futuro.

Variables del modelo de valoración

- **Insumos necesarios para el cálculo del valor esperado:**
  - Duración de la opción.
  - Precio del subyacente.
  - Precio pactado. (Strike)
  - Desviación estándar ? → Volatilidad.
  - Costo en el tiempo = tasa de interés.
  - Dividendos o Tasa de interés foránea.



- Un modelo busca representar el mundo real.
- Un modelo esta limitado por:
  - Exactitud de los supuestos.
  - Exactitud de los insumos
- Un modelo busca ayudar a conocer los riesgos y así poder controlarlos.

Black and Scholes

Valoración de Opciones sobre TRM

- Emilio quiere especular sobre la TRM y decide comprar una opción estandarizada dólar-peso. El cree que el dólar se va a fortalecer fuertemente. Emilio llama a su comisionista y cotiza la opción de comprar 1.000.000 de dólares, lo que equivale a 20 contratos.
- El comisionista le dice que el dólar-peso se encuentra en el momento a 3050 pesos por dólar y que la tasa IBR esta al 7,25% a 3 meses y la libor a 0,8%. Además le comenta que la volatilidad implícita esta al 18% anual.

S = 3050
(T-t) =90/365
r = 7,25%
rf = 0,8%
σ = 18%
X = 3100

B&S

$$\text{Precio Fwd} = 3050\ e^{(7{,}25\% - 0{,}8\%)(90/365)} = 3098{,}90$$

$$\textbf{Call} = 3050\, e^{-0{,}8\%\left(\frac{90}{365}\right)} * 0{,}5162 - 3100\, e^{-7{,}25\%\left(\frac{90}{365}\right)} * 0{,}4806 = 107{,}98$$

$$d1 = \frac{\ln\left(\frac{3050}{3098{,}90}\right) + \left(7{,}25\% - 0{,}8\% + \frac{3{,}24\%}{2}\right)\left(\frac{90}{365}\right)}{18\% \sqrt{\frac{90}{365}}} = 0{,}0407 \qquad N(d1) = 0{,}5162$$

$$d2 = 0{,}0407 - 18\% \sqrt{\frac{90}{365}} = -0{,}0487 \qquad N(d2) = 0{,}4806$$

- Ya conociendo **el Fair value** de la opción **(prima),** el cual es 107.98 pesos por cada dólar.
- Esto significa que tener el derecho de compra la opción de comprar 1 dólar a 3.100, cuesta **107,98** pesos.
- El valor total de la prima es 107,98 pesos por 1.000.000 de dólares, igual a **107,984,209** de pesos.

Valoración de Opciones sobre Acciones

- Emilio quiere cubrirse contra una posible caída de la acción de Preferencial Bancolombia y decide vender una opción de venta sobre esta acción. El quiere vender 20.000 acciones a 3 meses.
- El observa en e-BVC que la acción esta en 27.500 pesos, que la IBR esta alrededor de 7,25%. El sabe que pagan dividendos durante la vida de la opción y que son 220 pesos por acción. (pagos Trimestrales y pagan en 45 días). Y en la comisionista le dijeron que la volatilidad implícita de Bancolombia es del 28% anual.

S = 27.500

(T-t) =90/365

r = 7,25%

q = 3,23%

σ = 28%

X = 27.500

B&S

$$D_{pv} = 220 * e^{\left(-7{,}25\% \ \frac{45}{365}\right)} = 218{,}04$$

$$q = -\frac{365}{90}\ln\left(1 - \frac{218{,}04}{27.500}\right) = 3{,}23\%$$

$$\boldsymbol{Put} = 27500{,}05\,e^{-7{,}25\%\left(\frac{90}{365}\right)} * 0{,}4440 - 27.500\,e^{-3{,}23\%\left(\frac{90}{365}\right)} * 0{,}4993 = 1373{,}87$$

$$d1 = \frac{\ln\left(\frac{27.500}{27.500}\right) + \left(7{,}25\% - 3{,}23\% + \frac{7{,}84\%}{2}\right)\left(\frac{90}{365}\right)}{28\%\sqrt{\frac{90}{365}}} = 0{,}1408$$

$$N(d1) = 0{,}4440$$

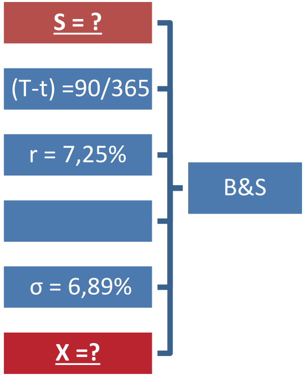
$$d2 = 0{,}1408 - 28\%\sqrt{\frac{90}{365}} = 0{,}0018$$

$$N(d2) = 0{,}4993$$

La prima de comprar una opción de Venta es de: 1.373,87 pesos por acción.
El valor total de la prima es 1373,87 pesos por 20 Contratos por 1000 acciones, esto es igual a: **27,477,330** de pesos.

Valoración de Opciones sobre Futuro de TES

- Emilio quiere cubrir una posición corta de 10.000.000.000 de pesos en TES del 24 a 3 meses. Por lo que decide comprar una call.
- Los T24 están en MEC a 121,281%, la IBR esta a 7,25% y no hay pago de cupón intermedio. La volatilidad implícita de los 24 esta en 6,89% anual.



¿Cuál debería ser el Spot, para el cálculo?

Aquí tanto el perfil de pagos como la función de descuento utilizan la tasa de interés simultáneamente.

Para usar Black73 se supone que la tasa de interés es constante, por lo que esto significa que la volatilidad es 0.

El modelo debería comprender movimientos de tasas estocásticas

- En 1976 Fisher Black modifica la fórmula y la nombra Black 76.
- Con esta nueva formula se valoran las opciones sobre tasa de interés.
- Black 76 valora las opciones sobre el **Futuro del Bono** (Futuro Referencia Especifica).
- El modelo se podría complementar con metodologías de estimación de la estructura a plazos de tipos de interés., con el fin de obtener el precio forward.

Valoración de Opciones sobre Futuro de TES

$$CALL = e^{-r_d\,T}\,FN(d_1) - XN(d_2)$$

$$PUT = e^{-r_d\,T}\,XN(-d_2) - FN(-d_1)$$

$$d_1 = \frac{ln\left(\frac{F}{X}\right) + \left(\frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

$$Liquidación\ CALL\ (Payoff) = max(S_T - X; 0)$$

$$Liquidación\ PUT\ (Payoff) = max(X - S_T; 0)$$

$$F = (S - I)\,e^{r_d t} - C$$

F: Precio forward del Spot (Títulos)

rd : Tasa libre de riesgo compuesta continua del mercado del mercado local.

T: Plazo al vencimiento de la opción.

X: Precio de ejercicio (Strike).

σ : Volatilidad Implícita de la opción.

N(d1,d2): Función de distribución acumulativa para una variable aleatoria distribuida normalmente.

S: Spot

I: Cupón intermedio

C: Cupón corrido

bvc · CÁMARA DE RIESGO

Valoración de Opciones sobre Futuro de TES

- Emilio quiere cubrir una posición corta de 10.000.000.000 de pesos en TES del 24 a 3 meses. Por lo que decide comprar una Call.
- Los T24 están en MEC a 121,281%, la IBR esta a 7,25% y no hay pago de cupón intermedio. La volatilidad de los 24 esta en 6,89%.

S = 115,271%	B&S
(T-t) =90/365	
r = 7,25%	
σ = 6,89%	
X = 115,300	

$$\text{FUT24} = 121{,}281 * (1 + 7{,}25\%)^{\frac{90}{365}} - \left(\frac{10\%}{365} * 299\right) = 115{,}271\%$$

$$\mathbf{Call} = e^{-7{,}25\%\left(\frac{90}{365}\right)}(115{,}271\% * 0{,}4589 - 115{,}300\% * 0{,}4454) = 0{,}780\%$$

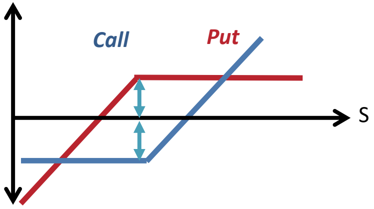
$$d1 = \frac{\ln\left(\frac{115{,}271\%}{117{,}000\%}\right) + \left(\frac{0{,}47\%}{2}\right)\left(\frac{90}{365}\right)}{6{,}89\%\sqrt{\frac{90}{365}}} = 0{,}00975 \qquad N(d1) = 0{,}5039$$

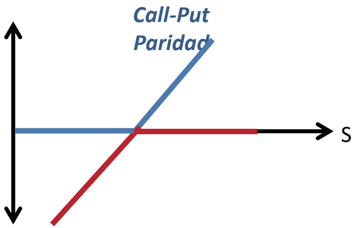
$$d2 = 0{,}00975 - 6{,}89\%\sqrt{\frac{90}{365}} = -0{,}024459 \qquad N(d2) = 0{,}4902$$

- La prima de comprar una opción de Compra es de: 1,531% pesos por Futuro de Referencia Especifica de T24.
- El valor total de la prima es 1,531% por 40 Contratos por 250.000.000 de pesos , esto es igual a: **153.138.711,34** de pesos.

La paridad del Call y Put

- Existe una relación entre los precios de una Call europea y una Put europea.
- Esta relación se mantiene si la Call y la Put tienen el mismo Strike y el mismo vencimiento.
- El argumento principal para esa paridad es el arbitraje. El modelo debe ser libre de arbitraje.
- Otra implicación de la Paridad es que la volatilidad implícita deber ser la misma para los dos.
- La paridad Call -Put no se mantiene para las opciones americanas, (Reinach,1961)





Posición	**Flujos (t)**	**Flujos (T)** $(S_T \leq X)$	**Flujos (T)** $(S_T > X)$
Compra Call	$-C_t$	0	$S_T - X$
Venta Put	P_t	$-(X - S_T)$	0
Venta en corto Spot	S_t	$-S_T$	$-S_T$
Total	$\boldsymbol{-C_t + P_t + S_T}$	$\boldsymbol{-X}$	$\boldsymbol{-X}$
$\boldsymbol{C_t - P_t - S_t = -Xe^{-r(T-t)}}$		$\boldsymbol{S_t = C_t - P_t + Xe^{-r(T-t)}}$	

Paridad Call y Put para acciones que **no** pagan dividendos

$$C = P + S - Xe^{-rT}$$

Paridad Call y Put para acciones que pagan dividendos

$$C = P + Se^{-qT} - Xe^{-rT}$$

Paridad Call y Put para monedas.

$$C = P + Se^{-r_f T} - Xe^{-r_d T}$$

Paridad Call y Put para Futuros

$$C = P + F - X$$

VIGILADO SUPERINTENDENCIA FINANCIERA DE COLOMBIA

bvc

Bolsa de Valores de Colombia

CÁMARA DE RIESGO