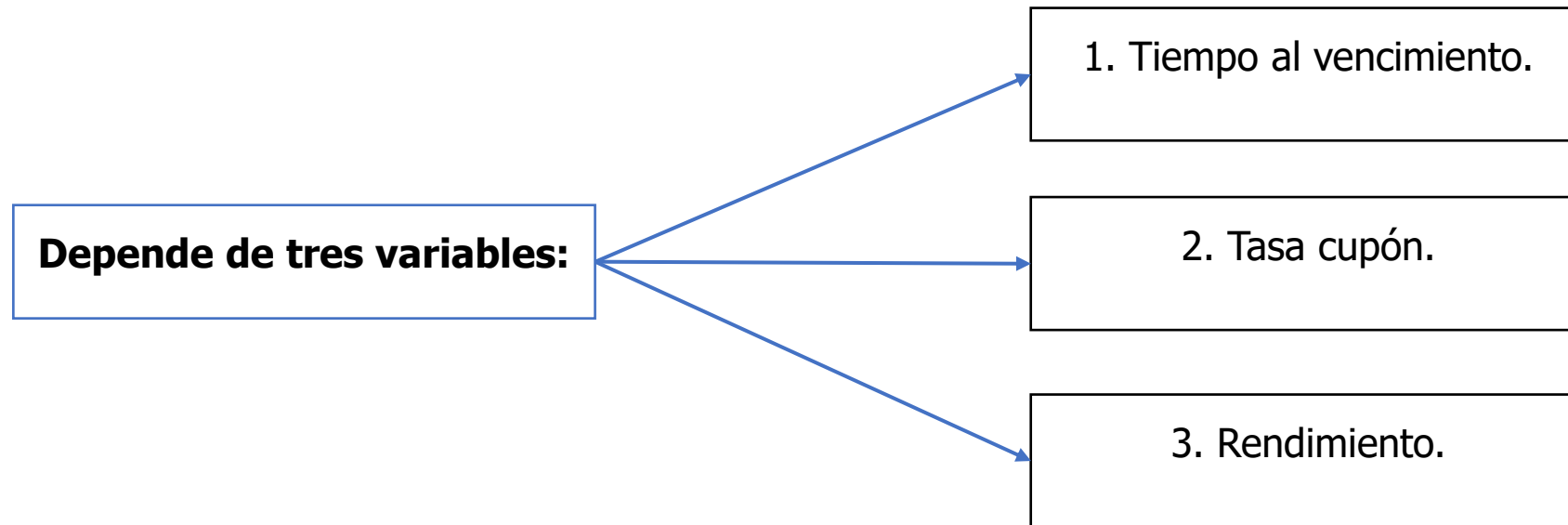


Duración y Convexidad

Profesor: Miguel Jiménez

Duración

Resume todos los factores o principios que afectan la sensibilidad del precio del bono con respecto a los cambios en el rendimiento o TIR.



Es la media ponderada de los periodos de pago de los flujos de un bono, ponderados por el peso que representan el valor presente de los mismos, sobre el precio del bono.

Duración

Calcula el valor actual de cada uno de los flujos de efectivo y pondera cada uno por el tiempo hasta que se recibe. Todos estos flujos de efectivo ponderados se suman y la suma se divide entre el precio actual del bono.

Duración de Macaulay:

$$D = \sum_{t=1}^n \frac{t \times \frac{FC_t}{(1 + TIR)^t}}{P}$$

P: Precio del bono.

FC_t: Flujo de caja proveniente del bono que ocurre en el momento t (Cupón).

TIR: Rendimiento.

t: Tiempo medido desde el presente hasta que se haga un pago.

Los bonos con duraciones más altas son muy sensibles a los cambios en el rendimiento.

Duración

A mayor **plazo**, mayor Duración.

A mayor **cupón**, menor Duración.

A mayor **rendimiento**, mayor Duración.

Los bonos que pagan cupón tienen Duraciones menores a su plazo al vencimiento, porque antes del vencimiento se recibirán la mayor cantidad de cupones.

Los bonos cero cupón tienen Duraciones igual al plazo al vencimiento, porque no hay pago de cupones.

Duración

Con expectativas de aumento en las tasas de interés:

Se debería tener bonos con Duraciones pequeñas para minimizar el impacto del aumento de los tipos de interés.

Los precios de los bonos caerán.

Con expectativas de disminución en las tasas de interés:

Tener bonos con Duraciones altas para beneficiarse de las disminuciones en los tipos de interés.

Los precios de los bonos aumentarán.

Duración

Bono a 5 años, tasa cupón de 10%, rendimiento de 14% y un valor nominal de 100.

	Bono	t	1	2	3	4	5
Plazo	5	C_t	10	10	10	10	110
Tasa cupón	10% anual	Valor actual de C_t	8,772	7,695	6,750	5,921	57,131
Rendimiento	14%	t x Valor actual de C_t	8,772	15,389	20,249	23,683	285,653
Nominal	100						
Cupón	10						
Precio	86,268						

$$D = \frac{8,772 + 15,389 + 20,249 + 23,683 + 285,653}{86,268} = \frac{353,75}{86,268} = 4,10$$

Duración de 4,10 años

Duración Modificada

Mide la sensibilidad del precio de un bono con respecto a las alteraciones sufridas por la rentabilidad del mismo.

$$DM = \frac{\text{Duración}}{1 + \text{TIR}} = \frac{D}{1 + \text{TIR}}$$

Es un porcentaje que indica la variación que se produce en el precio del bono, por cada punto de variación en el rendimiento.

Bono	
Plazo	5
Tasa cupón	10% anual
Rendimiento	14%
Nominal	100
Cupón	10
Precio	86,268

$$DM = \frac{\text{Duración}}{1 + \text{TIR}} = \frac{4,10}{1 + 0,14} = 3,596$$

Duración de 4,10 años

De acuerdo con la Duración Modificada, el precio del bono cambia en un 3,596% por cada porcentaje de cambio en el rendimiento (TIR).

Cambio en el precio del bono

Variación relativa del precio:

Conociendo el porcentaje de variación se podrá conocer el nuevo precio.

$$\frac{\Delta P}{P} = - DM \times \Delta TIR$$

$$\frac{\Delta P}{P} = - D \frac{\Delta TIR}{(1 + TIR)}$$

Variación absoluta del precio:

Es un porcentaje que indica la variación que se produce en el precio del bono, por cada punto de variación en el rendimiento.

$$\Delta P = - DM \times \Delta TIR \times P$$

$$\Delta P = - D \frac{\Delta TIR}{(1 + TIR)} P$$

Cambio en el precio del bono

¿Cuál es la variación en el precio si el rendimiento del bono disminuye un 2%?

Variación del rendimiento que pasa de 14% a 12%.

$$\Delta TIR = - 0,02$$

Bono

Plazo	5
Tasa cupón	10% anual
Rendimiento	14%
Nominal	100
Cupón	10
Precio	86,268

Variación relativa del precio:

$$\frac{\Delta P}{P} = - 3,596 \times - 0,02 = 0,0719$$

$$\frac{\Delta P}{P} = - 4,10 \frac{- 0,02}{(1 + 0,14)} = 0,0719$$

Duración de 4,10 años

Duración Modificada de 3,596

Una disminución del 2% en el rendimiento ocasiona un **aumento** en el precio de **7,19%**

Variación absoluta del precio:

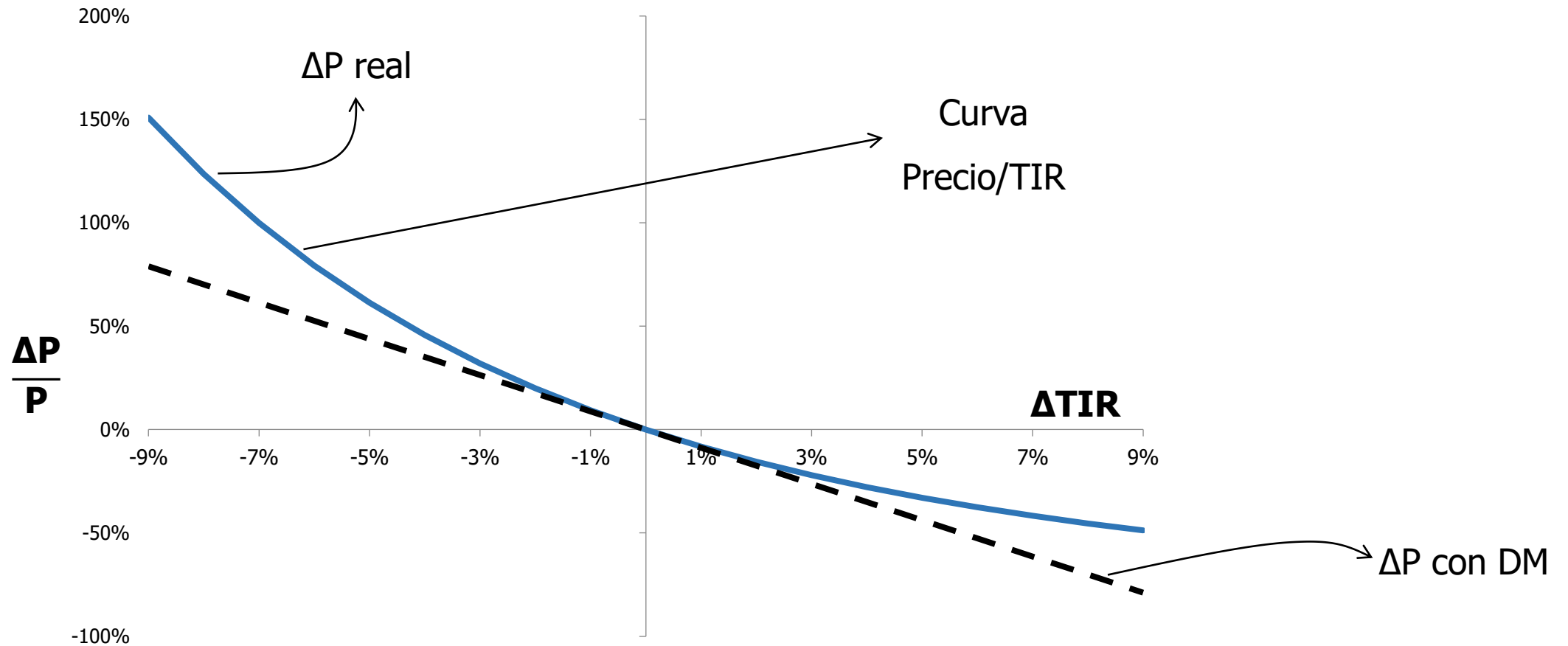
$$\frac{\Delta P}{P} = - 3,596 \times - 0,02 \times 86,268 = 6,205$$

$$\frac{\Delta P}{P} = - 4,10 \frac{- 0,02}{(1 + 0,14)} \times 86,268 = 6,205$$

Una disminución del 2% en el rendimiento ocasiona que el precio **aumente 6,205.**

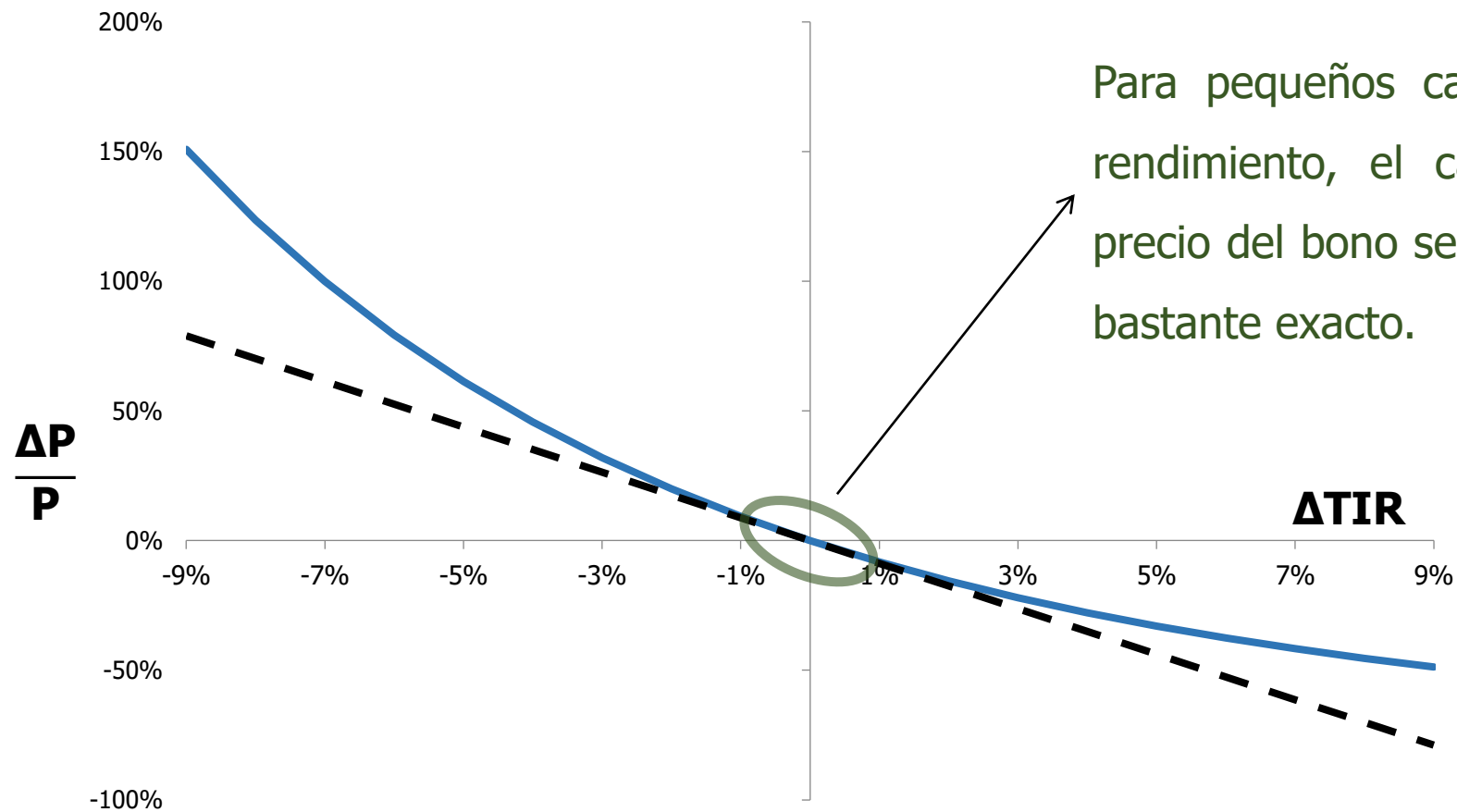
Cambio en el precio del bono

De acuerdo con el concepto de Duración Modificada, el precio del bono cuando el rendimiento disminuye un 2% es de 92,473 (86,268 + 6,205); sin embargo, el precio real del bono con una tasa de negociación del 12% es de 92,790, un cambio del 7,56%. Esto se debe a que con la Duración Modificada se asume relación lineal entre las variaciones del rendimiento y el precio y realmente esta relación no es lineal.



Cambio en el precio del bono

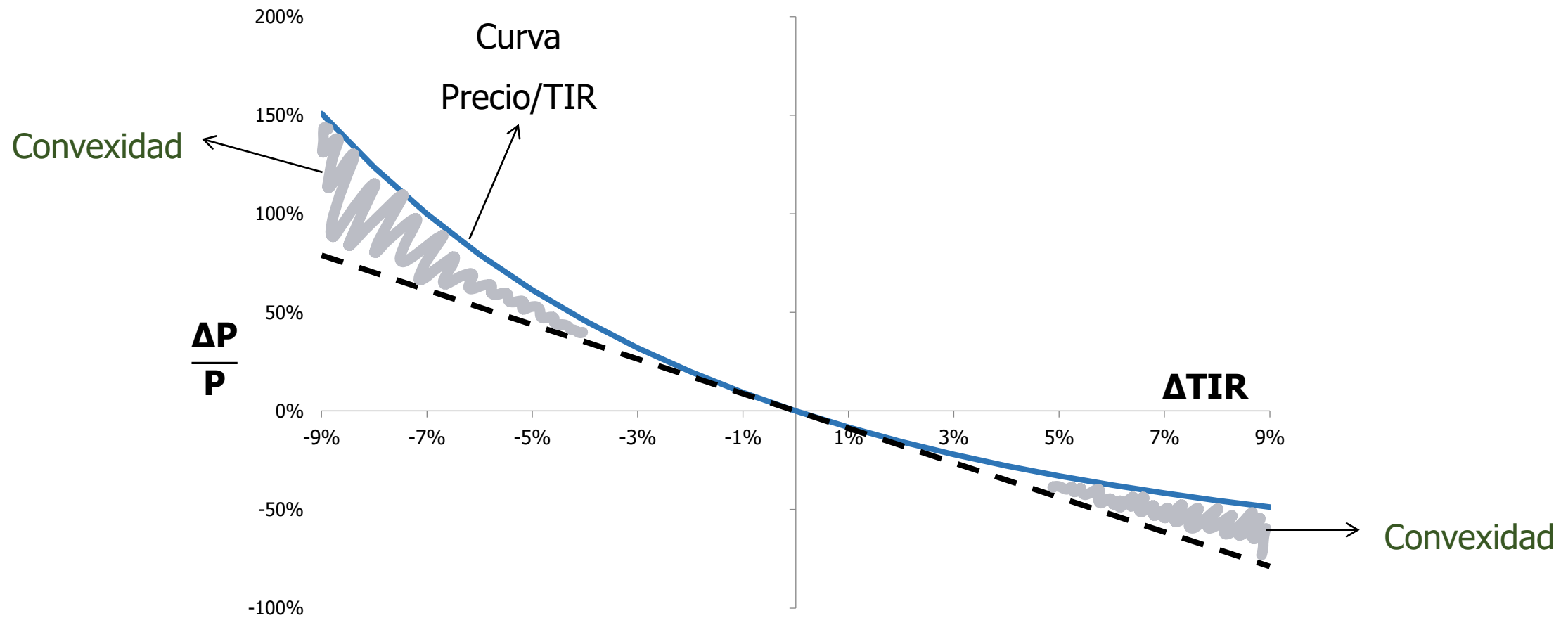
De acuerdo con el concepto de Duración, el precio del bono cuando el rendimiento disminuye un 2% es de 92,473 (86,268 + 6,205); sin embargo, el precio real del bono con una tasa de negociación del 12% es de 92,790, un cambio real del 7,56%. La diferencia de esto se explica con la siguiente figura:



Convexidad

Es la curvatura de la relación Precio/TIR de un bono.

La Convexidad mide la variación en la Duración del bono para un cambio en el rendimiento.



Convexidad

$$\text{Convexidad} = C = \frac{1}{P(1 + \text{TIR})^2} \sum_{t=1}^n \left[\frac{FC_t}{(1 + \text{TIR})^t} \times (t^2 + t) \right]$$

Variación relativa del precio:

$$\frac{\Delta P}{P} = - DM \times \Delta \text{TIR} + \frac{1}{2} \times C \times (\Delta \text{TIR})^2$$

La Convexidad permite mejorar la aproximación de la Duración para los cambios en el precio del bono.

Mejor precisión para determinar el precio del bono cuando cambia el rendimiento al vencimiento.

Convexidad

$$\text{Convexidad} = C = \frac{1}{P(1 + \text{TIR})^2} \sum_{t=1}^n \left[\frac{FC_t}{(1 + \text{TIR})^t} \times (t^2 + t) \right]$$

Bono			1	2	3	4	5	
Plazo	5							
Tasa cupón	10% anual	Flujos de Caja	10,00	10,00	10,00	10,00	110,00	
Rendimiento	14%	Valor presente FC	8,77	7,69	6,75	5,92	57,13	SUMA
Nominal	100	VP[FC]*(t²+t)	17,54	46,17	81,00	118,42	1713,92	1977,04
Cupón	10							
Precio	86,268							

Duración de 4,10 años

Duración Modificada de 3,596

$$C = \frac{1}{86,268(1 + 0,14)^2} 1977,04 = 17,634$$

Convexidad

$$\text{Convexidad} = 17,634$$

$$\Delta\text{TIR} = -0,02$$

Variación relativa del precio:

$$\frac{\Delta P}{P} = -DM \times \Delta\text{TIR} + \frac{1}{2} \times C \times (\Delta\text{TIR})^2$$

$$\frac{\Delta P}{P} = \overbrace{-3,596 \times -0,02}^{7,19\%} + \overbrace{\frac{1}{2} \times 17,63 \times 0,02^2}^{0,353\%} = 0,0755$$

$$\frac{\Delta P}{P} = 7,55\% \quad \text{El cambio real es de } 7,56\%$$

Bono

Plazo	5
Tasa cupón	10% anual
Rendimiento	14%
Nominal	100
Cupón	10
Precio	86,268

Duración de 4,10 años

Duración Modificada de 3,596

Duración y Convexidad

Gracias

Profesor: Miguel Jiménez